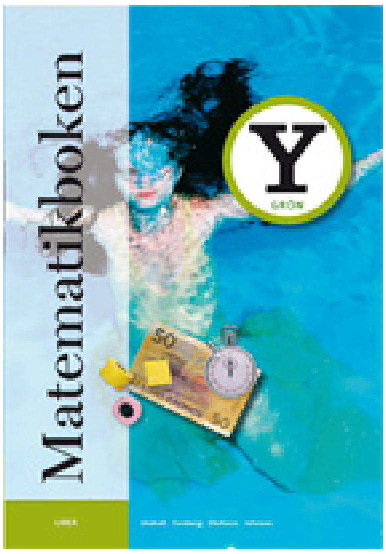
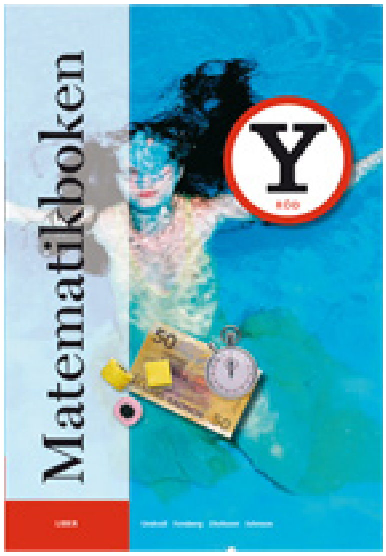




Sammanfattningar

Matematikboken Y

KAPITEL 1 – TAL OCH RÄKNING

Numeriska uttryck

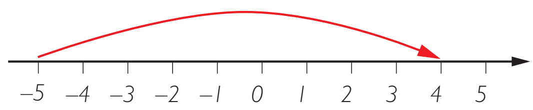
När man beräknar ett numeriskt uttryck utförs multiplikation och division före addition och subtraktion. Om uttrycket innehåller en parentes, räknar man den först.

a) $14 - 2 \cdot 5 = 14 - 10 = 4$

b) $12 + 4 \cdot (19 - 7) = 12 + 4 \cdot 12 = 12 + 48 = 60$

Negativa tal

$-5 + 9 = 4$



Pilen startar vid –5 och sträcker sig nio steg åt höger

Multiplikation och division med 10, 100, 1 000

När man multiplicerar eller dividerar ett tal med 10, 100 eller 1 000, så flyttar man decimaltecknet lika många steg som antalet nollor. Vid multiplikation flyttas decimaltecknet åt höger, vid division åt vänster.

Exempel

a) $100 \cdot 2{,}75 = 275$ b) $\dfrac{67{,}5}{10} = 6{,}75$ c) $1\,000 \cdot 0{,}32 = 320$

Multiplikation med små tal

När man ska multiplicera med små tal är det enklast att först multiplicera utan decimaler. Sen sätter man ut decimaltecknet. Om vi till exempel ska göra multiplikationen $0{,}7 \cdot 0{,}03$ så kan man tänka så här: ”7 gånger 3 är 21. Svaret ska ha tre decimaler. Svaret blir alltså 0,021.”

Multiplikation med stora tal

När man ska multiplicera med stora tal kan man göra så här:

$6\,000 \cdot 0{,}08 = 6 \cdot 1\,000 \cdot 0{,}08 = 6 \cdot 80 = 480$

Men man kan också tänka så här: ”$6\,000 \cdot 8 = 48\,000$.

Svaret ska ha två decimaler. Svaret blir alltså 480,00 = 480.”

Division med stora tal

När man ska dividera med tal som slutar på en eller flera nollor kan man börja med att förkorta med 10, 100 eller 1 000.

Exempel

$$\frac{65}{500} = \frac{65\,/\,100}{500\,/\,100} = \frac{0{,}65}{5} = 0{,}13$$

Division med små tal

När man ska dividera med tal i decimalform, kan man börja med att förlänga med 10, 100 eller 1 000.

Exempel

$$\frac{7}{0{,}2} = \frac{7 \cdot 10}{0{,}2 \cdot 10} = \frac{70}{2} = 35$$

Enheter för vikt

1 ton = 1 000 kg
1 kg = 10 hg = 1 000 g
1 hg = 100 g
1 g = 1 000 mg

Enheter för volym

1 liter = 10 dl = 100 cl = 1 000 ml
1 dl = 10 cl = 100 ml
1 cl = 10 ml

KAPITEL 2 – VARIABLER OCH UTTRYCK

Uttryck med variabel

Ett exempel på uttryck med variabel är $3x + 4$.
$3x$ betyder samma sak som $3 \cdot x$.

Uttryckets värde

Om vi i uttrycket $3x + 4$ ersätter x med 5 så får vi $3 \cdot 5 + 4 = 19$.
Vi säger då att uttryckets värde för $x = 5$ är 19.

Förenkling av uttryck

Likformiga termer kan förenklas till en term.
Exempel
$5z - 7 + 2z - 2 =$
$= 5z + 2z - 7 - 2 =$
$= 7z - 9$
Uttrycket innehåller två slag av likformiga termer, z-termer och siffertermer.

Parenteser

Om det står ett plustecken framför en parentes, kan parentesen utan vidare tas bort.
$a + (b + c) = a + b + c$
$a + (b - c) = a + b - c$
Om det står ett minustecken framför en parentes, måste tecknet inuti parentesen ändras när parentesen tas bort.
$a - (b + c) = a - b - c$
$a - (b - c) = a - b + c$

Multiplikation av en parentes

Om man ska multiplicera en parentes ska alla termer inuti parentesen multipliceras med faktorn framför parentesen.
$a(b + c) = ab + ac$

KAPITEL 3 – BRÅK OCH POTENSER

Bråkform $\frac{3}{11}$ och $\frac{11}{3}$ är exempel på tal skrivna i bråkform.

Blandad form $1\frac{2}{5}$ och $3\frac{4}{7}$ är exempel på tal i blandad form.

Decimalform Ett tal i bråkform kan skrivas i decimalform genom att täljaren divideras med nämnaren.

$\frac{3}{4} = 0{,}75$ $\frac{11}{25} = 0{,}44$

Förkortning När täljare och nämnare divideras med samma tal säger man att bråket förkortas. Vi får då ett bråk med samma värde som det ursprungliga.

$\frac{12}{16} = \frac{12/4}{16/4} = \frac{3}{4}$ Här har vi förkortat med 4.

Förlängning När täljare och nämnare multipliceras med samma tal, får man även då ett nytt bråk med samma värde.

$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$ Här har vi förlängt med 3.

Jämföra tal När man ska jämföra storleken av två bråk med olika nämnare börjar man med att skriv bråken med samma nämnare, den minsta gemensamma nämnaren (mgn).

Exempel

Vilket tal är störst, $\frac{5}{8}$ eller $\frac{2}{3}$?

$\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24}$ Bråken förlängs så att båda får nämnaren 24, den minsta gemensamma nämnaren.

$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{16}{24}$ Vi ser att $\frac{2}{3}$ är det största talet.

Addition och subtraktion av bråk

$2 - \frac{2}{3} = 1\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$ Börja med att skriva om en av de två hela i tredjedelar.

$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ Skriv om alla tre bråken så att de får samma nämnare. I det här fallet är den minsta gemensamma nämnaren 8. Vi skriver svaret i blandad form.

Ett alternativt sätt är att först skriva om termerna i decimalform.

$3\frac{1}{4} + 2\frac{2}{5} = 3{,}25 + 2{,}4 = 5{,}65$

Multiplikation av bråk

Exempel

a) $3 \cdot \frac{4}{7}$ b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$

a) $3 \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$

När du multiplicerar två bråk med varandra multiplicerar du täljarna för sig och nämnarna för sig.

Division av bråk

Exempel

a) $\frac{3}{5} / 2$ b) $4 / \frac{1}{5}$ c) $2 / \frac{3}{4}$

a) $\frac{3}{5} / 2 = \frac{6}{10} / 2 = \frac{6/2}{10} = \frac{3}{10}$

Förläng $\frac{3}{5}$ med 2, så får du en täljare som är jämnt delbar med 2.

b) $4 / \frac{1}{5} = 4 \cdot \frac{5}{1} = 4 \cdot 5 = 20$

Invertera nämnaren och gör om divisionen till en multiplikation. Det inverterade värdet till $\frac{1}{5}$ är $\frac{5}{1}$.

c) $2 / \frac{3}{4} = 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

Det inverterade värdet till $\frac{3}{4}$ är $\frac{4}{3}$.

Potenser

Uttrycket 4^3 kallas en potens där 4 är potensens bas och 3 dess exponent.

Tiopotenser

Potenser med basen 10 kallas tiopotenser.

Grundpotensform

När du skriver ett tal i grundpotensform multiplicerar du ett tal mellan 1 och 10 med en tiopotens.

$34\,000 = 3{,}4 \cdot 10^4$ $12\,000\,000 = 1{,}2 \cdot 10^7$

KAPITEL 4 – PROCENT OCH DIAGRAM

Procent

Procent betyder hundradelar.

procentform		bråkform		decimalform
10 %	=	$\frac{1}{10}$	=	0,10
20 %	=	$\frac{1}{5}$	=	0,20
25 %	=	$\frac{1}{4}$	=	0,25
50 %	=	$\frac{1}{2}$	=	0,50
75 %	=	$\frac{3}{4}$	=	0,75

Så här beräknar vi procenttalet

12 kr av 75 kr $= \frac{12}{75} = 0{,}16 = 16\ \%$

Procentuell förändring

När du ska beräkna hur många procent till exempel priset på en vara har höjts eller sänkts tecknar du förhållandet mellan höjningen (eller sänkningen) och priset från början.

$$\text{förhållandet} = \frac{\text{höjningen (sänkningen)}}{\text{priset från början}}$$

Antal x	Frekvens f
1	6
2	9
3	5
4	4
5	1
	$n = 25$

Frekvenstabell

Ett statistiskt material kan ofta sammanställas i en frekvenstabell.

Variabel

Tabellen visar att variabeln x kan anta värdena 1, 2, 3, 4 och 5.

Frekvens

Frekvensen (f) för till exempel observationen 3 är 5.

Observation

Antalet observationer är 25.

Relativ frekvens

Den relativa frekvensen (f/n) anges ofta i procentform. Den relativa frekvensen för observationen 3 är $\frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 20\ \%$.

Så här beräknar vi delen

45 % av 650 kr $= 0{,}45 \cdot 650$ kr $= 292{,}50$ kr

Ränta

Om du sätter in pengar på en bank får du ränta på insatt kapital. Lånar du pengar får du betala ränta. Hur stor räntan blir beror på kapitalet, räntesatsen och tiden.

KAPITEL 5 – GEOMETRI

Enheter för längd

1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm
1 dm = 10 cm = 100 mm
1 cm = 10 mm
1 mil = 10 km = 10 000 m
1 km = 1 000 m

Skala

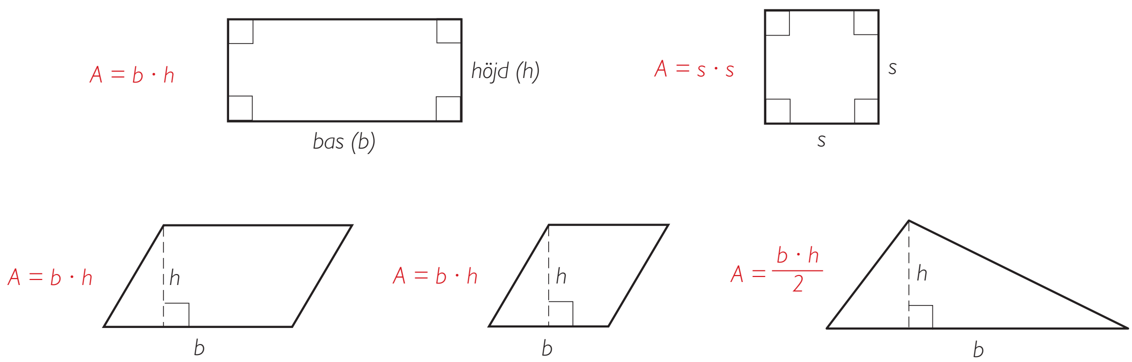
Om en karta är ritad i skala 1 : 20 000 så innebär det att 1 cm på kartan motsvarar 20 000 cm i verkligheten. Eftersom 20 000 cm = 200 m kan man säga att 1 cm på kartan motsvarar 200 m i verkligheten. Kartan är en förminskning av verkligheten. Om skalan är 10 : 1 så är bilden en förstoring av verkligheten. Varje sträcka på bilden är 10 gånger så lång som i verkligheten.

Omkrets

Omkretsen av till exempel en fyrhörning får man genom att addera sidornas längder.

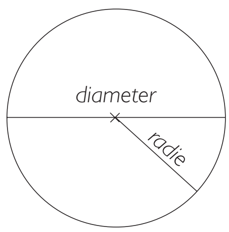
Area

Så här beräknas arean av våra vanligaste månghörningar.



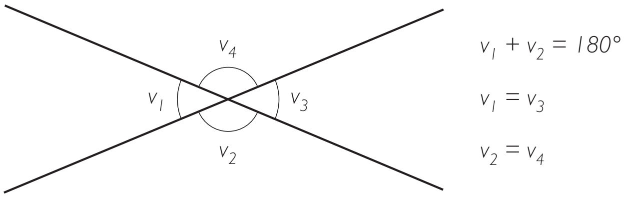
Cirkeln

En cirkels omkrets beräknas med formeln
$O = \pi \cdot d$.
En cirkels area beräknas med formeln
$A = \pi \cdot r \cdot r$ eller $A = \pi \cdot r^2$.
(d = diametern, r = radie)



Sidovinklar

Vinklarna v_1 och v_2 är exempel på sidovinklar. Sidovinklar är tillsammans 180°.

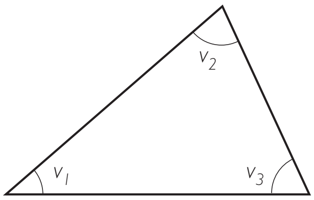


Vertikalvinklar

Vinklarna v_1 och v_3 är exempel på vertikalvinklar.

Vinkelsumma

I en triangel är summan av vinklarna 180°.

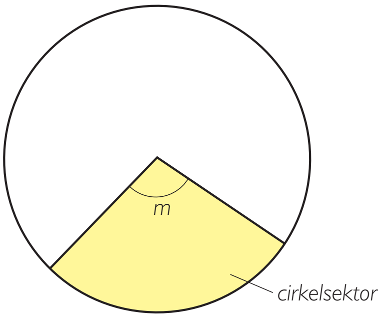


$v_1 + v_2 + v_3 = 180°$

Vinkelsumman i en fyrhörning är 360°.

Cirkeldiagram

I ett cirkeldiagram motsvaras det hela av hela cirkeln och delarna av cirkelsektorer. Hur stor en cirkelsektor ska vara beror på hur många procent av det hela som den delen är. Varje procent motsvaras av en medelpunktsvinkel på 3,6°.



m = medelpunktsvinkel

KAPITEL 6 – EKVATIONER

Ekvationer

När x-termen (eller y eller z) är ensam i ena ledet har man löst ekvationen. Många ekvationer kan enkelt lösas med pekfingermetoden. Svårare ekvationer löser man med ”göra lika”-metoden.

Exempel

Lös ekvationen $4x - 5 = 19$

Göra lika-metoden

$4x - 5 = 19$

$4x - 5 + 5 = 19 + 5$ För att få bort –5 lägger du till 5 i vänstra ledet. Du måste då även lägga tilll 5 högra ledet.

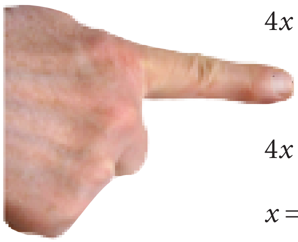
$4x = 24$ Nu är $4x$ ensamt kvar i vänstra ledet.

$$\frac{4x}{4} = \frac{24}{4}$$

Sedan delar du båda leden med 4 för att få x ensamt kvar i vänstra ledet.

$x = 6$

Pekfingermetoden



$4x - 5 = 19$

$- 5 = 19$

Eftersom $24 - 5 = 19$ så måste $4x$ vara lika med 24.

$4x = 24$

$x = 6$ Eftersom $4 \cdot 6 = 24$ så är $x = 6$.

Kontroll: $4 \cdot 6 - 5 = 24 - 5 = 19$ Det stämmer.

Svar: $x = 6$

Ekvationer med flera termer och parenteser

Lös ekvationerna a) $9x + 2 - 6x - 8 = 9$ b) $8y - (5y + 1) = 11$

a) $9x + 2 - 6x - 8 = 9$

Börja med att förenkla vänstra ledet. $9x - 6x = 3x$ och $2 - 8 = -6$

$3x - 6 = 9$

$3x = 15$

Sedan löser du ekvationen på vanligt sätt. Använd göra lika-metoden eller pekfingermetoden.

$x = 5$

Kontroll: $9 \cdot 5 + 2 - 6 \cdot 5 - 8 = 45 + 2 - 30 - 8 = 9$ Det stämmer.

b) $8y - (5y + 1) = 11$

$8y - 5y - 1 = 11$

Börja med att ta bort parantesen. Eftersom det står ett minustecken framför parentesen måste du ändra tecknet i parantesen.

$3y - 1 = 11$

$3y = 12$

$y = 4$

Sedan förenklar du och löser ekvationen på vanligt sätt.

Kontroll: $8 \cdot 4 - (5 \cdot 4 + 1) = 32 - (20 + 1) = 32 - 21 = 11$ Det stämmer.

<u>*Svar*</u>: a) $x = 5$ b) $y = 4$

Teckna egna ekvationer

Exempel

Anna och Mia har tillsammans 95 kr. Anna har 17 kr mer än Mia. Hur mycket har var och en?

Antag att Mia har x kr.
Då har Anna $(x + 17)$ kr.

Eftersom Anna har 17 kr mer än Mia så måste Anna ha $(x + 17)$ kr.

$x + (x + 17) = 95$

Mias x kr och Annas $(x + 17)$ kr blir tillsammans 95 kr.

$x + x + 17 = 95$

Eftersom det är ett plustecken framför parentesen behöver du inte ändra tecken när du tar bort parentesen.

$2x + 17 = 95$

Sedan löser du ekvationen på vanligt sätt. Använd göra lika-metoden eller pekfingermetoden.

$2x = 78$

$x = 39$

Mia har 39 kr.

Anna har $(39 + 17)$ kr = 56 kr.

Kontroll: $(39 + 56)$ kr = 95 kr Det stämmer.

<u>*Svar*</u>: Mia har 39 kr och Anna har 56 kr.