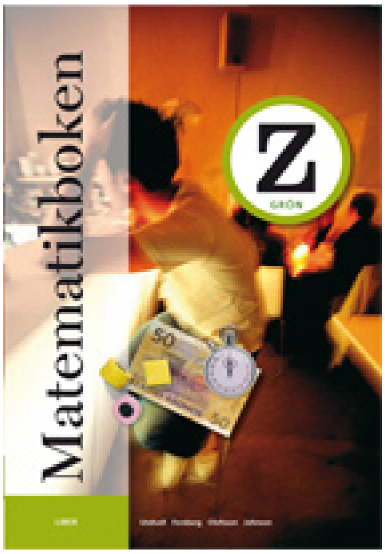
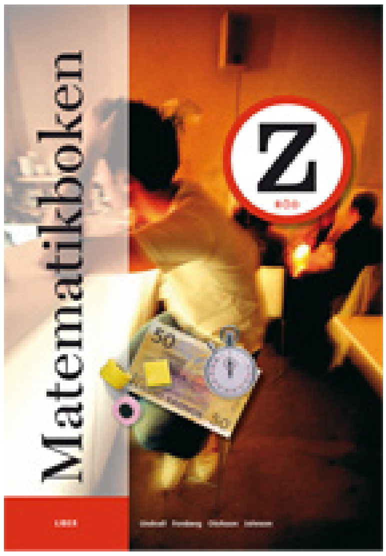




Sammanfattningar

Matematikboken Z

KAPITEL 1 – PROCENT OCH STATISTIK

Procent Ordet procent betyder ”hundradel” och anger hur stor del av det hela som något är.

Procentform och decimalform

45 % = 0,45	6,5 % = 0,065
0,28 = 28 %	1,5 = 150 %

Procenttalet Så här beräknar vi ut procenttalet:

$18 \text{ kr av } 75 \text{ kr} = \frac{18}{75} = 0{,}24 = 24\ \%$

Delen Så här beräknar vi delen:

$7{,}5\ \% \text{ av } 340 \text{ kg} = 0{,}075 \cdot 340 \text{ kg} = 25{,}5 \text{ kg}$

Det hela Så här beräknar vi det hela:

30 % av priset av en summa pengar är lika med 96 kr.

Hela summan är då $\frac{96}{0{,}3}$ kr = 320 kr.

Procentenheter En höjning från 4 % till 5 % är 1 procentenhet. Räknat i procent är höjningen lika med $\frac{1}{4} = 25\ \%$.

Sannolikhet Sannolikheten (P) för en händelse skrivs ofta i bråkform eller i procentform.

$$\text{Sannolikheten för en händelse} = \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$$

Summan av sannolikheter Summan av sannolikheterna för alla möjliga utfall är alltid 1.

$P(A) + P(\text{icke } A) = 1$

Hur ofta inträffar en händelse? Sannolikheten för att slå en femma eller en sexa med en tärning är $\frac{1}{3}$. Kastar du tärning 450 gånger kan du beräkna ett ungefärligt värde för hur många gånger du får 5 eller 6 så här:

$\frac{1}{3} \cdot 450 \text{ gånger} = 150 \text{ gånger}$

Medelvärde Medelvärdet av ett antal värden får man genom att beräkna summan av antalet värden och sedan dividera med antalet värden..

Värdena 11, 3, 6 och 4 har medelvärdet

$\frac{11+3+6+4}{4} = \frac{24}{4} = 6.$

Median

Medianen är det mellersta värdet i ett statistiskt material uppställt i storleksordning. Om det är ett jämnt antal värden, får vi medianen genom att beräkna medelvärdet av de två mellersta värdena.

3, 4, 6, 11

Medianen: $\frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5$

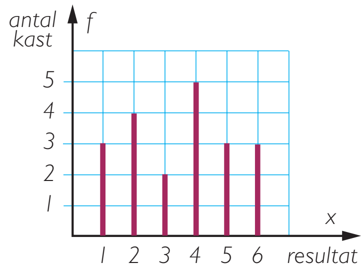
Mer om medelvärde och median

Exempel

Diagrammet visar resultatet av kast med tärning. Beräkna

a) medelvärdet

b) medianen



a) Summa: $3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 6 = 70$

Antal kast: $3 + 4 + 2 + 5 + 3 + 3 = 20$

Medelvärde: $\frac{70}{20} = 3{,}5$

b) Det är 20 kast. Medianen ligger mitt emellan värdena 10 och 11. Både det 10:e och det 11:e värdet är 4. Medianen är alltså 4.

<u>*Svar*</u>: a) Medelvärdet är 3,5 b) Medianen är 4

KAPITEL 2 – NEGATIVA TAL OCH POTENSER

Räkning med negativa tal

Vid räkning med negativa tal gäller de regler som visas i följande exempel:

”Två lika tecken ger plus, olika tecken ger minus”

Exempel

$6 + (-2) = 6 - 2 = 4$

$6 - (-2) = 6 + 2 = 8$

$(-6) + (-2) = -6 - 2 = -8$

$(-6) - (-2) = -6 + 2 = -4$

$6 \cdot (-2) = -12$

$(-6) \cdot 2 = -12$

$(-6) \cdot (-2) = 12$

$\frac{6}{-2} = -3$

$\frac{-6}{2} = -3$

$\frac{-6}{-2} = 3$

Potenser

Uttrycket 4^3 kallas en potens, där 4 är potensens bas och 3 dess exponent.

4^3 betyder $4 \cdot 4 \cdot 4$.

Tiopotenser och grundpotensform

Potenser med basen 10 kallas tiopotenser.

Stora och små tal kan skrivas i grundpotensform så här:

$47\,000 = 4{,}7 \cdot 10^4$ $\qquad$ $0{,}0065 = 6{,}5 \cdot 10^{-3}$

Multiplikation och division av potenser

När man multiplicerar potenser med samma bas, adderar man exponenterna.

Exempel

$10^3 \cdot 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$

$6 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^2 = 6 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 10^3 = 18 \cdot 10^8 = 1{,}8 \cdot 10^9$

När man dividerar potenser med samma bas subtraherar man exponenterna.

Exempel

$\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$

$\frac{9 \cdot 10^7}{2 \cdot 10^2} = \frac{9}{2} \cdot 10^{7-2} = 4{,}5 \cdot 10^5$

KAPITEL 3 – EKVATIONER OCH GEOMETRI

Ekvationer

$5x + 3 = 2x + 18$ är ett exempel på en ekvation med variabeln i båda leden.
Så här kan du lösa ekvationen:

$5x + 3 = 2x + 18$

Börja med att titta efter i vilket av de båda leden som variabeltermen är störst. Här är $5x$ i vänstra ledet större än $2x$ i högra ledet.

$5x - 2x + 3 = 2x - 2x + 18$

Om du subtraherar båda leden med $2x$ försvinner x-termen i högerledet. Då får du en ekvation av samma slag som du löst tidigare. Nu kan du använda ”göra lika-metoden” eller ”pekfingermetoden” för att lösa ekvationen.

$3x + 3 = 18$

$3x = 15$

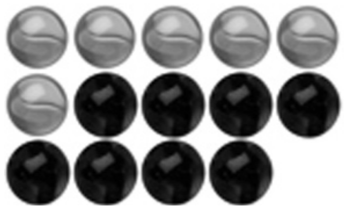
$x = 5$

Kontroll: $5 \cdot 5 + 3 = 28$ och $2 \cdot 5 + 18 = 28$ Det stämmer.

Svar: $x = 5$

Förhållande

Förhållandet mellan antalet gråa och svarta kulor är $\frac{6}{8}$. Efter förkortning får vi att förhållandet är $\frac{3}{4}$.
Vi skriver det oftast som 3 : 4 (utläses ”3 till 4”).

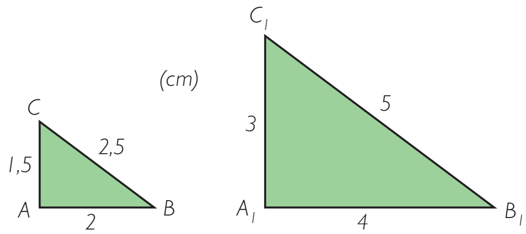


Skala

Om ett föremål är avbildat i en skala som är mindre än 1, till exempel 1 : 100, är bilden en förminskning. Om skalan är större än 1, till exempel 10 : 1, är bilden en förstoring.

Likformighet

Sidorna i den stora triangeln är dubbelt så långa som i den lilla. Förhållandet är 2 : 1. När förhållandet mellan motsvarande sträckor är lika i två figurer, säger man att figurerna är likformiga.



Kvadrattal

Talet 36 är ett kvadrattal eftersom $6 \cdot 6 = 36$.

Kvadratrot

Eftersom $6 \cdot 6 = 36$ så är kvadratroten ur 36 lika med 6.
Det skrivs så här: $\sqrt{36} = 6$
Talet 5 är inget kvadrattal. Det kan därför inte uttryckas exakt utan vi kan endast ge ett närmevärde med hjälp av miniräknaren.
$\sqrt{5} \approx 2{,}23$

Multiplikation av kvadratrötter

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

Exempel

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$

Division av kvadratrötter

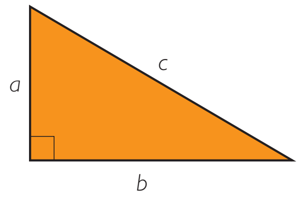
$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Exempel

$\dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7$

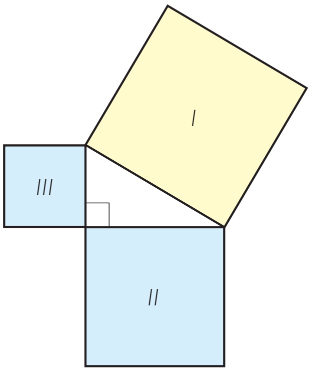
Pythagoras sats

I en rätvinklig triangel är summan av kvadraterna på kateterna lika med kvadraten på hypotenusan.



$a^2 + b^2 = c^2$

Pythagoras sats innebär att arean av kvadraten I är lika med den sammanlagda arean av kvadraterna II och III.



KAPITEL 4 – RYMDGEOMETRI

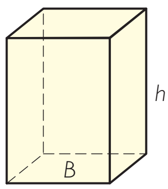
Volymenheter

1 m^3 = 1 000 dm^3	1 liter = 10 dl = 100 cl = 1 000 ml
1 dm^3 = 1 000 cm^3	1 dl = 10 cl = 100 ml
1 cm^3 = 1 000 mm^3	1 cl = 10 ml

1 m^3 = 1 000 liter
1 dm^3 = 1 liter
1 cm^3 = 1 ml

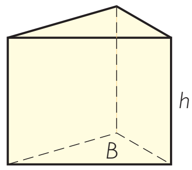
Hur man räknar ut volym

Rätblock



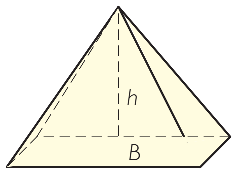
$V = B \cdot h$

Prisma



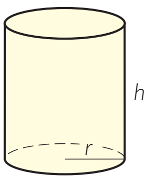
$V = B \cdot h$

Pyramid



$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$

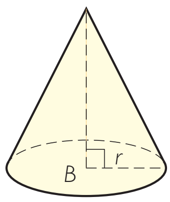
Cylinder



$V = B \cdot h$

där $B = \pi \cdot r^2$

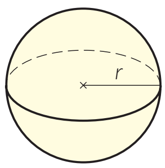
Kon



$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$

där $B = \pi \cdot r^2$

Klot



$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

KAPITEL 5 – UTTRYCK OCH FUNKTIONER

Uttryck med variabel

Ett exempel på ett uttryck med variabel är $5y + 2$.
$5y$ betyder samma sak som $5 \cdot y$.

Mönster

Exempel

a) Teckna ett uttryck för det n:e talet i talföljden 2, 8, 14, 20….
b) Använd uttrycket och räkna ut det 100:e talet i talföljden.

a) Differensen = 6   Starttalet = 2 – 6 = –4

Första talet: $-4 + 6 \cdot 1$
Andra talet: $-4 + 6 \cdot 2$
Tredje talet: $-4 + 6 \cdot 3$
och så vidare.

Tal n kan skrivas: $-4 + 6 \cdot n = 6n - 4$

b) Tal 100: $6 \cdot 100 - 4 = 596$

Vi sätter in 100 i stället för n i rycket.

Svar: a) $6n - 4$ b) 596

Förenkling av uttryck

Likformiga termer kan förenklas till en term.
Exempel
$5z - 7 + 2z - 2 =$
$= 5z + 2z - 7 - 2 =$
$= 7z - 9$
Uttrycket innehåller två slag av likformiga termer, z-termer och siffertermer.

Parenteser

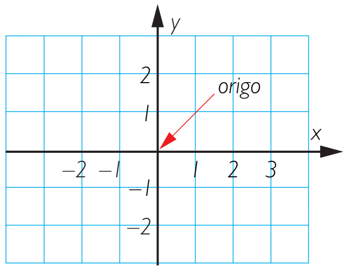
Om det står ett plustecken framför en parentes, kan parentesen utan vidare tas bort.
$a + (b + c) = a + b + c$
$a + (b - c) = a + b - c$
Om det står ett minustecken framför en parentes måste man ändra tecken inuti parentesen när den tas bort.
$a - (b + c) = a - b - c$
$a - (b - c) = a - b + c$

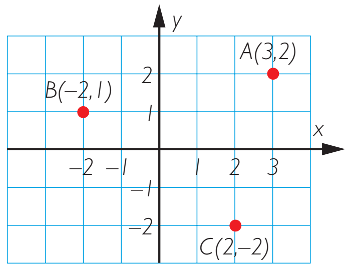
Multiplikation av parentes

Om man ska multiplicera med en parentes, ska alla termer inuti parentesen multipliceras med faktorn före parentesen.
$a(b + c) = ab + ac$

Koordinatsystem

Ett koordinatsystem består av två tallinjer som skär varandra med 90° vinkel. De båda tallinjerna kallas x-axel och y-axel. Den punkt där de båda axlarna möts kallas origo. I koordinatsystemet har punkten A koordinaterna (3,2), punkten B koordinaterna (–2,1) och punkten C koordinaterna (2,–2).



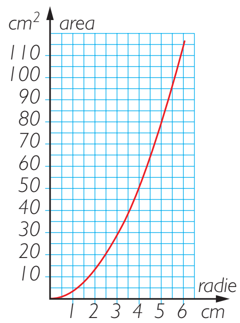


Funktion

En funktion är ett samband mellan olika variabler. Till exempel är kostnaden för att anlita en målare en funktion av antalet timmar som målaren arbetar.

Graf

En funktion kan avbildas som en graf. I koordinatsystemet ser du hur arean av en cirkel beror av cirkelns radie.



Proportionalitet

Om du köper bananer är priset proportionellt mot antalet kilogram. Det innebär att du får betala lika mycket för varje kilogram du köper. Grafen till en proportionalitet är en stråle som börjar i origo.