

## Kapitel 1

### 1104

a) Ej ekvivalens. VL är en lösning till olikheten i HL. Men olikheten i HL kan vara sann utan att VL är det.

b) Ekvivalens. Om vi har en produkt medför det att vi har faktorer och vice versa.

c) Ekvivalens. Att säga att ett tal är jämnt är samma sak som att säga att det inte är udda.

d) Ekvivalens. Om VL gäller medför det att HL är uppfyllt och vice versa.

### 1105

a) => Om talet är  $1/3$  medför det att talet är rationellt. Men att ett tal är rationellt medför inte att talet är just  $1/3$ .

b) <= Om HL är uppfyllt medför det att  $x$  är positivt, men det omvända gäller inte.

c)  $\Leftrightarrow$  VL medför att HL är sant, och vice versa.

d) => Om  $x = 4$  medför det att HL är sant. Men HL är även sant för  $x = -4$ .

### 1202

Nej, Fatima har inte bevisat att påståendet gäller generellt.

Exempel på bevis:

$a$  är ett heltal. Visa att medelvärdet av

$a + (a+1) + (a+2)$  är  $(a + 1)$  för alla heltal.

$$\frac{a + (a+1) + (a+2)}{3} = \frac{3a+3}{3} = a+1$$

v.s.b

### 1314

Ett jämnt antal minustecken medför att produkten är positiv, ett ojämnt negativ.

### 1315

$$\frac{-91 + (-37)}{2} = -64$$

### 1316

a) VL:  $5 + (-3) = 8 \Rightarrow$  Det måste stå en etta i rutorna.

b) HL = 50.

$$9x + x = 50 \Rightarrow x(9 + 1) = 50. \text{ Dvs. } x = 5$$

### 1317

Skriv om uttrycket:  $16 - 5 - 20 - 4 + 3 = -10$

### 1318

a) T.ex.  $-7 + (-7) = -14$

b) T.ex.  $-1 - (-7) = -6$

### 1319

a) Resultatet så stort som möjligt om den vänstra termen är så stor som möjligt och den högra så liten som möjligt:  $20 - 5 \cdot 10$

b) Så stort som möjligt om den högra termen blir positiv och så stor som möjligt:

$$2 - 5 \cdot (-3) = 13$$

c)  $-5 - 3 \cdot (-10)$

### 1320

Nej, för stora negativa tal, till exempel  $a = -50$ , blir produkten positiv och större än 81.

### 1321

Differensen mellan två på varandra följande tal är 5:  $-14, -19, -24$

### 1321

b) Differensen är 98:

-249, -347, -445

### 1409

23, 97 och 357 (kan ej delas upp i primtalsfaktorer).

91 kan delas upp i  $7 \cdot 13$ .

### 1410

Nej. Kontroll med hjälp av några delbarhetsregler ger att siffersumman (15) är delbar med 3.

### 1412

a) Ej skottår. Ej jämnt delbart med 4.

b) Ej skottår. Jämnt delbart med 4 men ej jämnt delbart med 400.

c) Ej skottår. Ej jämnt delbart med 4.

d) Skottår.

### 1413

Prova med några av de första primtalen:

T.ex. 3 och 5, 7 och 9

### 1414

Ansätt  $a$ ,  $a+1$  och  $a+2$ .

Summan av tre på varandra följande tal är alltid delbar med 3 eftersom summan kan skrivas  $a + (a+1) + (a+2) = 3a + 3 = 3(a+1)$ .

### 1415

Kontrollera om 101 och 103 är primtal => De är det första primtalstvillingarna som är större än 100.

### 1416

Använd räknare eller sök på "factoring calculator" på webben.

### 1417

Se lösning i boken.

### 1509

Förläng bråktalen så att de får samma

nämnare:  $\frac{1}{2} = \frac{7}{14}$ ;  $\frac{3}{7} = \frac{6}{14} \Rightarrow \frac{1}{2} > \frac{3}{7}$

### 1510

a) Skriv om kända tal så att de får samma nämnare:

$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ ;  $5 = \frac{15}{3} \Rightarrow$  Sökt tal är  $\frac{15-5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

b) Flytta över  $-4\frac{1}{9}$  till HL. Sökt tal är

$4\frac{1}{9} + 1\frac{2}{9} = 5\frac{3}{9} = 5\frac{1}{3}$

c)  $4\frac{1}{7} - \frac{2}{7} = \frac{29}{7} - \frac{2}{7} = 3\frac{6}{7}$

### 1511

$\frac{2}{3} + \frac{3}{7} = \frac{14}{21} + \frac{9}{21} = \frac{23}{21} = \frac{23}{21} = \frac{23}{21} = \frac{23}{21}$

### 1512

Givet

1)  $a/b = 3/4$

2)  $a + b = 56$ .

$a = 3b/4$ . Sätt in i 2):  $3b/4 + b = 56 \Rightarrow$

$b(3/4 + 1) = 56$ ;  $b = 56/(7/4) \Rightarrow$

$b = 32$  och  $a = 24$

### 1519

$\frac{12}{14} - \frac{4}{7} = \frac{12}{14} - \frac{8}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

### 1520

$\frac{7}{12} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12} - \frac{3}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

### 1521

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} - \frac{2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

### 1522

Anta att det finns t.ex. 15 anställda. Då är  $1/5$ , dvs. 3 anställda tjänstemän.  $1/3$  slutar, alltså slutar 1 tjänsteman. Då finns det totalt 2 tjänstemän kvar. Eftersom 1 slutat är det totalt 14 anställda kvar. Alltså  $2/14 = 1/7$ .

### 1523

Vita:  $1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} - \frac{1}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

### 1524

$\frac{x}{21} > \frac{1}{3}$ . Det bråk med nämnare 21 som är

närmast större  $\frac{1}{3}$  är  $\frac{8}{21}$ .

### 1525

Om summan ska vara  $2/7$  och bråktalen positiva och olika måste varje bråktal vara mindre än  $2/7$ . T.ex.  $1/28$ ,  $2/28$  och  $5/28$ .

### 1526

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}$$

### 1527

Tre svarta godisbitar utgör

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{28}{28} - \frac{14}{28} - \frac{7}{28} - \frac{4}{28} = \frac{3}{28}$$

av innehållet i påsen. Det finns 28 godisbitar i påsen.

### 1528

Räcker det till 4 barnbarn?

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{60}{60} - \frac{20}{60} - \frac{15}{60} - \frac{12}{60} - \frac{10}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$

Ja.

Räcker det till 5 barnbarn? Nej,  $\frac{1}{20} < \frac{1}{7}$ .

### 1535

a)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$

b)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{12} + \frac{2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

### 1536

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \text{ liter} = \frac{1}{16} \text{ liter}$$

### 1537

$$\frac{2}{5} \cdot x = 1 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

### 1538

Multiplikation med det inverterade bråket ger svaret.

a) 2                      b)  $\frac{1}{2}$                       c)  $\frac{2}{3}$

d)  $\frac{3}{2}$                       e)  $\frac{b}{a}$

### 1539

Multipluera med  $1/2$ .

a)  $1/4$                       b)  $1/6$

c)  $1/8$                       d)  $1/(2a)$

### 1540

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} (i \text{ papper}) + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} (choklad) + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} (geléhallon) + \\ & + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} (lakrits) \\ \Rightarrow & \frac{1}{8} \text{ är lakrits.} \end{aligned}$$

### 1541

a)  $x \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{25}{9}$

b) och c) Samma metod som i a) =>

b)  $49/4$       c)  $\frac{a^2}{b^2}$

### 1542

$$x \cdot \frac{8}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

### 1543

Vill ha stort tal i täljaren och så litet som möjligt i nämnaren.

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{7}}{\frac{5}{9} - \frac{1}{2}} = \frac{23/21}{1/18} = \frac{23 \cdot 6}{7} = \frac{138}{7} = 19 \frac{5}{7}$$

### 1544

Se facit.

### 1612

a)  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot n \cdot n \cdot n = 30n^3$

b) Se facit.

c)  $\frac{2^4 x^4 \cdot 5x^6}{2^3 x^6} = 10x^4$

### 1613

a)  $7^x / 7 = 7^{x-1}$

b)  $(7 \cdot 7^x)^3 = 7^3 \cdot 7^{3x} = 343 \cdot 7^{3x}$

c)  $7^x \cdot 7^x \cdot 7 = 7^{2x+1}$

d)  $(7x^2 y^3)^2 = 7^2 x^4 y^6 = 49x^4 y^6$

### 1614

a)  $100\,000 = 10^5 \Rightarrow k = 10$

b)  $a^x \cdot a^y = a^{x+y} \Rightarrow k = 7$

c)  $\frac{1000}{8} = 125 = 5^k \Rightarrow k = 3$

### 1615

a)  $2 \cdot 2^{40} = 2^{41}$

b)  $4 \cdot 2^{40} = 2^{42}$

c)  $\frac{1}{2} \cdot 2^{40} = 2^{40-1} = 2^{39}$

### 1616

a)  $\frac{1}{2} \cdot 4^3 = 2^{-1} \cdot (2 \cdot 2)^3 = 2^{-1} \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^5 = 32$

b) Se a-uppgiften.

### 1617

a) 3 och 27. Mitt emellan ligger  $(27+3)/2 = 15$ .

b) 8 och 100. Mitt emellan ligger  $108/2 = 54$ .

### 1618

a)  $\frac{20^3}{10^3} = \frac{(2 \cdot 10)^3}{10^3} = \frac{2^3 \cdot 10^3}{10^3} = 2^3$

Talet blir 8 ggr större.

b)  $\frac{10^6}{10^3} = 10^3$  Talet blir 1000 ggr större.

c)  $\frac{(2a)^3}{a^3} = \frac{8a^3}{a^3} = 8$  Talet blir 8 ggr större.

### 1619

$$2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$$

### 1620

Se facit.

### 1621

$$3^{54} = (3^6)^9$$

$$5^{36} = (5^4)^9$$

$$3^6 = 729 > 625 = 5^4$$

### 1622

$$(7 \cdot 6^x)^2 = 49 \cdot 6^{2x} = 49 \cdot (6^2)^x = 49 \cdot 36^x$$

### 1623

a)  $\pi \cdot (2r)^2 = \pi \cdot 4r^2$ , dvs. Arealen ökar 4 ggr.

b)  $\pi \cdot (3r)^2 = \pi \cdot 9r^2$ , dvs. Arealen ökar 9 ggr.

**1624**

Se facit.

**1625**

$$(2^7)^{70} = 128^{70} > (5^3)^{70} = 125^{70}$$

**1630**

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{18}{36} + \frac{12}{36} + \frac{4}{36} = \frac{17}{18}$$

**1631**Skriv om:  $3 + 5 = 8$ .**1632**

a)  $16^{-1} = (2^4)^{-1} = 2^{-4}$

b)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2^3 = 2^6$

c)  $\frac{2^5}{2^7} = 2^{-2}$

**1633**

$$10^{-3} = 10^{1-4} = \left[ a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} \right] = \frac{10^1}{10^4} = \frac{1}{10^3}$$

**1634**

$$\frac{3^3}{3^3} = \frac{27}{27} = 1 \text{ och } \frac{3^3}{3^3} = 3^{3-3} = 3^0, \text{ dvs. } 3^0 \text{ måste}$$

vara lika med 1.

**1635**

$$\frac{1}{10^{-2}} = 10^2 \Rightarrow 10^3 \cdot 10^2 = 10^5$$

**1636**

$$10^x = 10^6 \Rightarrow x = 6$$

**1637**

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \quad V_{3r} = \frac{4\pi(3r)^3}{3} = 27 \cdot \frac{4\pi r^3}{3},$$

dvs. 27 ggr så stor.

**1638**

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

**1639**

a)  $\frac{1}{(2r)^2} = \frac{1}{4r^2} \Rightarrow$  Kraften blir en fjärdedel så stor.

b)  $\frac{1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{4}{r^2} \Rightarrow$  Kraften blir 4 ggr så stor.

c) Jfr a) och b). Kraften blir en sextondel.

**1646**

a)  $\frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$  b)  $(5^3)^{-\frac{2}{3}} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$

c)  $(3^2)^{-\frac{3}{2}} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$  d)  $(2^5)^{-\frac{3}{5}} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$

**1647**

a)  $a = 2^4 = 16$  b)  $a = 4^3 = 64$

**1648**

Se facit.

**1649**

$$24^{\frac{1}{2}} = (2 \cdot 3 \cdot 4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 2$$

**1650**

d) eftersom  $5\sqrt{2} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{50}$

**1651**

$$\frac{y}{x} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{5}{4}} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{2}{4}} = y^{\frac{5}{4}} \cdot x^{-\frac{5}{4}} \cdot x^{\frac{2}{4}} \cdot y^{-\frac{2}{4}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{3}{4}}$$

Dvs.  $n = 3/4$ .

### 1707

a)  $1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 = 102_{\text{tio}}$

b)  $1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 = 89_{\text{tio}}$

c) 6 bitar:  $255 - 128 - 64 = 63$

### 1708

$1 \cdot 2^9 = 512$

### 1709

a)  $1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 7,5_{\text{tio}}$

b)  $1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 17,75_{\text{tio}}$

c) samma metod som i a och b.

### 1710

a)  $17,75_{\text{tio}} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 10001,1_2$

b)  $65,375_{\text{tio}} = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 1000001,011_2$

### 1711

Minuter:  $1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 23_{\text{tio}}$

Timmar:  $1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 21_{\text{tio}}$

Klockan visar 21:23:29

### 1712

Se facit.

### 1713

$1 \cdot 2^{13} + 1 \cdot 2^{12} + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^0 = 11000000111001_2$

### 1714

Se facit.

### 1715

a)  $17_{\text{tio}} = 1 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 11_{\text{sexton}}$

b)  $3 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 34_{\text{sexton}}$

c)  $1 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^0 = 101_{\text{sexton}}$

### 1716

$12 \cdot 16^2 + 7 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 3072 + 112 + 15 = 3199_{\text{tio}}$

### 1717

a)  $1 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 = 18_{\text{tio}}$

b)  $1 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 260_{\text{tio}}$

### 1718

a)  $1 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 = 12_{\text{sexton}}$

b)  $4 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 = 4A_{\text{sexton}}$

c)  $1 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 1AB_{\text{sexton}}$

### 1719

$4 \cdot b^2 + 6 \cdot b^0 = 330$

$b^2 = 81 \Rightarrow b = \pm 9$

$b = 9$  (negativ rot förkastas)

### 1720

Se exempel 3:

a)  $1 \cdot 2^{13} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 = 10001011101001_{\text{två}}$

b)  $2 \cdot 16^3 + 2 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 = 22E9_{\text{sexton}}$

c)  $2 \cdot 8^4 + 1 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 21351_{\text{åtta}}$

### 1721

a)  $1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 = 9_{\text{tio}} \neq 8_{\text{åtta}} \Rightarrow \text{F}$

b)  $3 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 = 57_{\text{tio}} = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 \Rightarrow \text{S}$

c) På samma sätt  $\Rightarrow \text{F}$

**1722**

Se s. 39:  $255_{\text{tio}} = 15 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = \text{FF}_{\text{sexton}}$

**1723**

$$\begin{aligned} 5 \cdot 25 &= 125 = \\ &= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = \\ &= 1111101_{\text{två}} \end{aligned}$$

**1724**

Det största binära tal som kan skrivas med 32 bitar är

$$1 \cdot 2^{31} + 1 \cdot 2^{30} + \dots + 1 \cdot 2^0 = 4294967295 \text{ (10 siffror)}$$

**1813**

$$3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 600 \text{ m}$$

**1814**

$$365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$$

**1815**

$$\begin{aligned} 5,83 \cdot 10^{-3} - 0,2 \cdot 10^{-3} &= 5,63 \cdot 10^{-3} \\ \Rightarrow &0,0002 \end{aligned}$$

**1816**

a) Se exempel 2. Dra roten ur 4 och  $10^8$

$$\Rightarrow 2 \cdot 10^4$$

$$\text{b) } \sqrt{0,16} \cdot \sqrt{10^{10}} = 0,4 \cdot 10^5 = 4 \cdot 10^4$$

$$\text{c) } \sqrt{1,44} \cdot \sqrt{10^{-2}} = 1,2 \cdot 10^{-1}$$

**1817**

$$\text{a) } (27 \cdot 10^{-9})^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{b) } (8 \cdot 10^{-3})^{\frac{1}{3}} = 2 \cdot 10^{-1}$$

$$\text{c) } (10^{-12})^{\frac{1}{3}} = 10^{-4}$$

**1818**

Skriv talen på samma form.

$$\text{a) } 50\,000 > 6000$$

$$\text{b) } 45\,000\,000 > 5\,500\,000$$

$$\text{c) } 290\,000 < 3\,000\,000$$

**1819**

$$\text{a) } \frac{100+300}{2} = 200$$

$$\text{b) } \frac{500+1000}{2} = 750$$

$$\text{c) } \frac{0,01+1}{2} = 0,505$$

**1820**

$$9 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^4 = 3,6 \cdot 10^{11}$$

**1821**

$$\text{a) } (a \cdot 10^n)^2 = a^2 \cdot 10^{2n}$$

$$\text{b) } (a \cdot 10^n)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \cdot 10^{n/2}$$

$$\text{c) } (a \cdot 10^n)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot 10^{n/3}$$

**1822**

$$\begin{aligned} \frac{2,8 \cdot 10^{19} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} \text{ s} &= 0,933 \cdot 10^{14} \text{ s} = \\ &= \frac{9,33 \cdot 10^{13}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ år} = 3 \cdot 10^6 \text{ år} \end{aligned}$$

(en värdesiffra, se sid 48-49)

**1823**

$$\text{a) } 2^{64} = 1,8 \cdot 10^{19}$$

$$\text{b) } \frac{1,8 \cdot 10^{19}}{100} \cdot 0,005 \text{ kg} = 9 \cdot 10^{14} \text{ kg}$$

**1834**

$$\text{a) } 9 \cdot 10^{-5} \cdot 30 \text{ m} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2,7 \text{ mm}$$

$$\text{b) } 2,7 \cdot 12 \text{ mm} = 32,4 \text{ mm}$$

$$\text{c) } \frac{9,5 \cdot 10^{-5}}{24 \cdot 60 \cdot 60} \text{ m} = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1,1 \text{ nm}$$

### 1835

$$\frac{1,2 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^{-6}} \text{ ggr} = 2,4 \cdot 10^{11} \text{ ggr}$$

### 1836

$$\frac{2 \cdot 10^{30}}{2} \text{ kg väte} \Rightarrow \frac{1 \cdot 10^{30}}{8 \cdot 10^{11}} \text{ s} = \frac{1 \cdot 10^{19}}{8 \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365} \text{ år} =$$
$$= 4 \cdot 10^{10} \text{ år}$$

### 1908

$$\frac{9,5 \cdot 10^6}{410\,929} \text{ inv./km}^2 = 23 \text{ inv./km}^2$$

(Två värdesiffror)

### 1909

$$\frac{361}{133,7} \text{ g/cm}^3 = 2,70 \text{ g/cm}^3$$

(Tre värdesiffror)

### 1910

a)  $2,8 \cdot 3,95 \text{ m}^2 = 11 \text{ m}^2$

(Två värdesiffror enligt tumregeln).

b)  $l = 2,8 \pm 0,05 \text{ m}$ ,  $b = 3,95 \pm 0,005 \text{ m}$

c)  $A_{\text{max}} = 2,85 \cdot 3,955 \text{ m}^2 = 11,27175 \text{ m}^2$

d)  $A_{\text{max}} = 2,75 \cdot 3,945 \text{ m}^2 = 10,84875 \text{ m}^2$

e)  $11 \pm 0,5 \text{ m}^2$ , dvs. svaret kan variera mellan 10,5 och 11,5, vilket täcker  $A_{\text{max}}$  och  $A_{\text{min}}$ .  
Tumregeln verkar stämma.



## Kapitel 2

### 2111

Se facit

### 2112

Se facit

### 2113

a) Sant, enligt kommutativa lagarna.

b) Sant

c) Sant, enligt kommutativa lagarna.

d) Ej sant, ty  $5 \cdot 3 = 15$ .

e) Sant

f) Sant, enligt kommutativa lagarna.

g) Sant, enligt prioriteringsreglerna.

h) Sant

i) Ej sant

### 2114

a)  $25 \cdot (10 + 4) = 250 + 100 = 350$

b)  $43 \cdot (10 + 2) = 430 + 86 = 516$

### 2115

f, eftersom  $y - (z - x) = y - z + x = x + y - z$

### 2116

a)  $6x^2 - 8x - 6x^2 + 30x = 22x$

b)  $30xy + 6y^2 - 30xy - 3x = 6y^2 - 3x$

### 2206

a) Uttrycket betyder att Pentti har köpt  
 $2 \cdot \text{Pizza} + 1 \cdot \text{påse morötter}$

b) Av annonser framgår att Pentti ska betala

$(3a + c)$  kr

c), d) Se facit.

e) 3 liter gräddglass kostar 132 kr. 0,5 liter kostar  $c$  kr.

$$\frac{132 \text{ kr}}{3 \text{ l}} = \frac{c \text{ kr}}{0,5 \text{ l}} \Rightarrow c = 22 \text{ kr}$$

### 2207

Bodil  $x$  kr, Alma  $x/2$  kr

Rakel:  $(x + x/2 + 100)$  kr =  $(1,5x + 100)$  kr

### 2208

Figur nr 1 har 2 rutor, figur nr 2 har 5 rutor, figur nr 3 har 10 rutor

Lägg märke till att

när  $n = 2$  blir antalet rutor  $2^2 + 1$

när  $n = 3$  blir antalet rutor  $3^2 + 1$

Detta stämmer även när  $n = 1$ .

För figur nummer  $n$  blir antalet rutor  $n^2 + 1$

### 2209

Figur nr 1 har 1 ruta, figur nr 2 har 5 rutor, figur nr 3 har 9 rutor

När  $n = 1$  blir antalet rutor 1

När  $n = 2$  blir antalet rutor  $2^2 + 1$

När  $n = 3$  blir antalet rutor  $3^2$

Ger inte ett uttryck för figur nummer  $n$ . Prova med:

När  $n = 1$  blir antalet rutor 1

När  $n = 2$  blir antalet rutor  $2 + 2 + 1$

När  $n = 3$  blir antalet rutor  $3 + 3 + 2 + 1$

För figur nummer  $n$  blir antalet rutor

$$n + n + (n - 1) + (n - 2) = 2n + n - 1 + n - 2 =$$

$$4n - 3$$

## 2210

Rad  $n = 1$  ger talet 1.

Rad  $n = 2$  ger talen 3 och 5

Rad  $n = 3$  ger talen 7, 9 och 11.

Lägg märke till att

$n = 1$  ger talet 1.

$n = 2$  ger två termer:  $1 + 2 = 3$  och  $3 + 2 = 5$

$n = 3$  ger tre termer:

$5 + 2 = 7, 7 + 2 = 9, 9 + 2 = 11$

Antagande: Till alla följande tal adderar vi 2.

Kontrollera 4:e raden => stämmer.

a)

Talen på rad 6 kan skrivas:

31, 33, 35, 37, 39, 41. Summan är 216.

*Alternativ lösning:*

Lägg märke till att summan rad 1 är 1.

Summan av talen på rad 2 är

$$3 + 5 = 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

Summan av talen på rad 3 är

$$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$$

Kontrollera 4:e raden => stämmer.

Summan av talen på rad  $n$  kan skrivas  $n^3$ .

=> Summan av rad 6 är  $6^3 = 216$ .

b)

Se alternativ lösning i a-uppgiften.

$$100^3 = 1\,000\,000$$

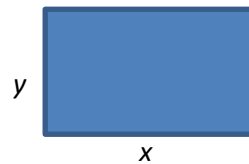
c)

Se a-uppgift.

## 2306

Se facit.

## 2307



$$2x + 2y = 200 \text{ m}$$

$$y = 100 - x$$

$$A = x \cdot y = x(100 - x) = 100x - x^2$$

## 2308

a) 40 öre/minut =  $\frac{2}{3}$  öre/s

$$K = 100 + \frac{2}{3}x$$

där  $x$  är tiden i sekunder och  $K$  kostnaden i öre.

b)

$$K = 100 + \frac{2}{3}x = (100 + \frac{2}{3} \cdot 56) \text{ öre} = 137,33 \text{ öre} = 1,4 \text{ kr}$$

## 2309

Till exempel ett köp av 12 st  $x$  (någoting som kostar mer än 10 kr) och som man betalar med  $2 \cdot 100$  kr.  $P$  är då växeln som man får tillbaka.

## 2310

Lägg märke till att

$$n = 1 \Rightarrow P = 2$$

$$n = 2 \Rightarrow P = 2 + 4 = 6$$

$$n = 3 \Rightarrow P = 3 + 9 = 12$$

Figur  $n$  har  $n + n^2$  punkter.

**2311**

$$S = x + (x+1) + (x+2)$$

$$S = 3x + 3 \Rightarrow x = \frac{S-3}{3} = \frac{S}{3} - 1$$

**2312**

Steg 1: Lägg märke till att

$$n = 1 \Rightarrow 1 \text{ blå}$$

$$n = 2 \Rightarrow 1 + 2 \cdot 2 \text{ blå}$$

$$n = 3 \Rightarrow 1 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \text{ blå}$$

Vi söker ett uttryck som blir 0 då  $n = 1$ .

$\Rightarrow (n - 1)$  bör ingå i uttrycket.

För  $n = 2$  ska uttrycket bli 4. Sätt in  $n = 2$  i parenteser:  $(2 - 1) = 1$ . För att uttrycket ska bli 4 måste vi multiplicera parenteser med 4.

Antalet blå rutor i figur  $n$  är  $4(n - 1)$ .

Stämmer även för  $n = 3$ .

Steg 2:

$$n = 1 \Rightarrow 0 \text{ vita}$$

$$n = 2 \Rightarrow 0 + 4 \cdot 1 \text{ vita}$$

$$n = 3 \Rightarrow 0 + 16 = 8 \cdot 2 = 4 \cdot 2 \cdot 2 \text{ vita}$$

Antalet vita rutor i figur  $n$  är  $4(n - 1)^2$ .

a)

Figur 4 har 13 blå och 36 vita rutor.

b) Se lösning ovan.

$$c) 57 \geq 4(n-1) \Rightarrow n_{\max} = 15$$

**2410**

$$2 \cdot 2x + 2 \cdot 4y = 54$$

**2411**

$$a) 3xy + 3x^2 - 3xy + y - 2x^2 = x^2 + y$$

b) Sätt in i uttrycket  $\Rightarrow 35$ .

**2412**

$$a) x^2y - xy^2 - x^2y + xy^2 = 0$$

b)

$$2a^2 - 2ab - 2ab - b^2 + a^2 + 3ab =$$

$$3a^2 - ab - b^2$$

c) Samma metod som ovan.

d) Samma metod som ovan.

**2413**

a) Summera  $xy$ -termerna  $\Rightarrow 12xy$

b) Summera  $\frac{1}{a^3}$ -termerna.

c) Se facit.

d) Se facit.

$$e) x^3 + 2x^2 + x - x^3 + 4x^2 = 6x^2 + x$$

**2414**

a) Division möjlig.

b) Förenkling ger 2, inte  $t$ .

c) Subtraktion möjlig.

d) Se s. 74

e) Termerna kan summeras.

**2415**

$$\frac{a + (a+1) + 11}{2} - a = \frac{2a+12}{2} - a = 6$$

Gäller för alla tal  $a$ .

**2416**

$$\frac{(a+2a+90) \cdot 2 - 180}{6} = \frac{6a+180-180}{6} = a \text{ v.s.v.}$$

**2417**

a)

$$2xy + 8x^2 + 6x - 6xy - 24x^2 - 6x =$$

$$-4xy - 16x^2 = [\text{sätt in givna värden}] =$$

$$-4 \cdot (-3) \cdot \frac{2}{3} - 16 \cdot (-3)^2 = 8 - 144 = -136$$

b)

$$y^2 - xy + x^2 - xy - x^2 =$$

$$y^2 - 2xy = [\text{sätt in givna värden}] =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot (-3) \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} + 4 = \frac{40}{9}$$

c)

$$\frac{x^2 + xy - xy}{xy - y^2 + y^2} = \frac{x^2}{xy} = \frac{x}{y} =$$

$$\frac{(-3)}{\frac{2}{3}} = -\frac{9}{2}$$

d)

$$\frac{1 + x^2 + xy - xy}{7 + xy - y^2 + y^2} = \frac{1 + x^2}{7 + xy} =$$

$$= \frac{1 + (-3)^2}{7 + (-3) \cdot \frac{2}{3}} = \frac{10}{5} = 2$$

**2506**

a) 
$$\frac{2x \cdot 8x^2 + 2x \cdot 4}{2x \cdot 3} = \frac{8x^2 + 4}{3}$$

b) 
$$\frac{2x \cdot 20y - 2x \cdot y^2}{2x \cdot 5x} = \frac{20y - y^2}{5x}$$

**2507**

a) Bryt ut  $5x \Rightarrow \frac{x+7}{2x+5}$

b) Bryt ut  $4b \Rightarrow \frac{a^3 + 7a^2b - 9b^2}{3a^4b^3}$

**2508**

Bryt ut  $(x-3) \Rightarrow (x-3)(x-25)$

**2509**

Bryt ut  $5^{2x} \Rightarrow 5^{2x}(1-5^{4x})$

**2510**

Se facit.

**2511**

$$\frac{9(3+x) - x(3+x)}{9-x} = \frac{(3+x)(9-x)}{9-x} = 3+x$$

**2611**

a) Se exempel 1, 2 och 3 för grundläggande principer vid ekvationslösning.

$$5x + 25 - 3x + 3 = 32$$

$$2x = 4$$

$$\Rightarrow x = 2$$

b)

$$6s - 12s - 24 = 66$$

$$-6s = 90$$

$$s = -15$$

**2612**

a)  $500x = 4000 \Rightarrow x = 8$

b) Han bör välja lön  $M$ . Enligt a-uppgiften måste han sälja minst 8 maskiner för att lönen  $L$  ska bli lika stor som lönen  $M$ .

$$L = 18000 + 2000 \cdot 5 \text{ kr} = 28000 \text{ kr}$$

$$M = 22000 + 1500 \cdot 5 \text{ kr} = 29500 \text{ kr}$$

c) Se ovan.

**2613**

$$O = 6x + 16 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$$

$$x = 4 \text{ cm}$$

**2614**

a)

$$3y + 3 = 450$$

$$y = 149$$

b) Se facit.

### 2615

Se facit.

### 2616

Se facit.

### 2617

Skriv om ekvationen och prova med talen:

$$x(x+1) = 12$$

$$x = -4 \Rightarrow \text{VL} = 12$$

### 2618

Se facit.

### 2619

a) Sätt in i ekvationen:

$$1500 = 700 + 200x$$

$$x = 4 \text{ timmar}$$

b)

$$800 = 700 + 200x$$

$$x = 0,5 \text{ timmar}$$

### 2620

$$\text{a) } \frac{25}{5} \cdot 9 + 32 = 77 \text{ } ^\circ\text{F}$$

$$\text{b) } C \cdot \frac{9}{5} + 32 = F$$

$$\text{c) } 2 \cdot 25 + 30 = 80 \text{ } ^\circ\text{F}$$

Felet blir 3 °F.

d)

$$\frac{x}{5} \cdot 9 + 32 = 2 \cdot x + 30$$

$$\frac{x}{5} \cdot 9 = 2 \cdot x - 2$$

$$\frac{x}{5} = 2$$

$$x = 10 \text{ } ^\circ\text{C}$$

### 2626

Lös ut  $D$  och sätt in givet värde på  $f$ :

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

### 2627

Se exempel 1, 2 och 3 sidan 86 för grundläggande principer.

a)

$$\frac{5x}{6} = \frac{5}{3}$$

$$15x = 30$$

$$x = 2$$

b)

$$\frac{2 \cdot 30x}{5} - \frac{30x}{6} = 7 \cdot 30$$

$$12x - 5x = 210$$

$$7x = 210$$

$$x = 30$$

c)

$$\frac{3 \cdot 30x}{2} = \frac{7 \cdot 30x}{5} - \frac{9 \cdot 30}{10}$$

$$45x = 42x - 27$$

$$x = -9$$

### 2628

$$\frac{60000R}{200} = \frac{60000R}{R} + \frac{60000R}{300}$$

$$300R = 60000 + 200R$$

$$R = 600$$

### 2629

$$\frac{x}{8} + 23 = 42$$
$$x = 8 \cdot (42 - 23) = 152$$

### 2630

$$x + \frac{2x}{3} = 350$$
$$\frac{5x}{3} = 350$$
$$x = 210$$

Pamela får 210 kr => Linda får 140 kr.

### 2631

$$B + 2B + \frac{B}{6} = 190$$
$$19B = 6 \cdot 190$$
$$B = 60 \text{ m}$$
$$\Rightarrow C = 120 \text{ m}$$

### 2639

a) Sätt in  $-5$  i ekvationen:

$$25 + 30 + 5 \neq 0$$

$$\text{b) } 25 - 30 + 5 = 0$$

$$\text{c) } 1 + 6 + 5 \neq 0$$

### 2640

T.ex.  $x^2 = -1$ , som saknar reell lösning.

### 2641

$$\text{a) } x = 9^{3/2} = (9^{1/2})^3 = 3^3 = 27$$

$$\text{b) } x = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\text{c) } x = 27^{-2/3} = \frac{1}{(\sqrt[3]{27})^2} = \frac{1}{27}$$

### 2642

$$x^{2,2} = \frac{6000}{0,14} \Rightarrow x = \left( \frac{6000}{0,14} \right)^{1/2,2} \text{ m} = 130 \text{ m}$$

### 2643

$$\text{a) } m = 0,156 \cdot 15^{253} \text{ kg} = 150 \text{ kg}$$

$$\text{b) } d = \left( \frac{300}{0,156} \right)^{1/2,53} \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

### 2644

$$\text{a) } a = \left( \frac{h}{17} \right)^{1/t} = \left( \frac{6,3}{17} \right)^{1/300} = 0,9967$$

$$\text{b) } h = 17 \cdot 0,9967^{400} \text{ cm} = 4,5 \text{ cm}$$

### 2645

a) Utnyttja potenslagarna

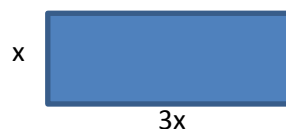
$$x^2 x^{1/2} = 7$$
$$x = 7^{1/2,5} \approx 2,2$$

b)

$$2 \cdot x^{-1,5} = 8$$
$$x = 4^{-1/1,5} \approx 0,40$$

### 2652

a)



$$O = 2 \cdot x + 2 \cdot 3x$$
$$8x = 32 \Rightarrow x = 4$$

Sidorna är 4 och 12 cm.

b)

$$A = x \cdot 3x$$
$$3x^2 = 27$$
$$x = \pm \sqrt{9} \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

(negativ rot förkastas).

Sidorna är 3 och 9 cm.

### 2653

a) Se exempel 1

$$x + 2x + (x + 4000) = 16000$$

$$x = 3000$$

Cilla 3 000 kr, Anette 6 000 kr och

Bengt 7 000 kr.

b) På samma sätt som i a-uppgiften =>

Cilla 6 500 kr, Anette 13 000 kr och

Bengt 10 500 kr.

## 2654

Folkmängden kommer att minska med 400 personer/år för kommun A och öka med 100 personer/år för kommun B.

Kommun A:

$F = (50\,000 - 400x)$  personer  
där  $x$  är antalet år.

Kommun B:

$F = (40\,000 + 100x)$  personer  
där  $x$  är antalet år.

b) Folkmängden i A och B lika då

$$(50\,000 - 400x) = (40\,000 + 100x)$$

$$10\,000 = 500x$$

$$x = 20 \text{ år}$$

## 2655

a)  $80 \text{ kr/barn} \cdot x \text{ barn} = 80x \text{ kr}$

$x$  är antalet betalande barn.

b) Faktorn som medlemsavgiften 150 kr ska multipliceras med är antalet vuxna =>  
480 måste betyda det totala antalet betalda medlemsavgifter.

c)

$$80x + 72\,000 - 150x = 51\,000$$

$$x = \frac{21\,000}{70} \text{ barn} = 300 \text{ barn}$$

## 2656

$$x + \frac{x}{4} = 8$$

$$x = \frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$$

## 2657

Se exempel 1.

$$x + (x + 28) + 2(x + 28) = 100$$

Lös ut  $x$ . Se facit.

## 2658

$$x + (x + 1) + (x + 2) + x + 3 = 186$$

Lös ut  $x$  och se facit.

## 2659

$$2x + 3(x - 500) = 14\,500$$

$$5x = 16\,000$$

$$x = 3\,200 \text{ kr}$$

## 2707

Multiplitera alla led med minsta gemensamma nämnare ( $ab$ ):

$$bx + ay = ab$$

$$x = \frac{ab - ay}{b} = a - \frac{ay}{b}$$

## 2708

a)

$$at = v - v_0$$

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

b) Samma metod som tidigare. Se facit.

## 2709

a) Använd räknaren: 0,62

b) Lös ut höjden  $h$  och sätt in det givna värdet på bredden  $b = 5,0 \text{ dm}$ :

$$h = \frac{b \cdot (1 + \sqrt{5})}{2} = \frac{5,0}{0,62} \text{ dm} = 8,1 \text{ dm}$$

c)

**2715**

$$A = b \cdot h = \left[ \text{sätt in uttrycket i b-uppgiften} \right] = \frac{b^2 \cdot (1 + \sqrt{5})}{2} A^2 = s(s-a)(s-b)(s-c) \Rightarrow$$

**2710**

$$s - b = \frac{A^2}{s(s-a)(s-c)}$$

Se facit.

$$b = s - \frac{A^2}{s(s-a)(s-c)}$$

**2711**

$$cmT = \frac{mv^2}{2} - c_k m$$

$$T = \frac{mv^2}{2cm} - \frac{c_k m}{cm} = \frac{v^2}{2c} - \frac{c_k}{c}$$

**2712**

$$\frac{9C}{5} = F - 32$$

$$C = \frac{5(F - 32)}{9}$$

Sätt in  $F = 100$  i formeln  $\Rightarrow 38^\circ \text{C}$ .

**2713**

a)

$$2a - ay = B + C$$

$$a = \frac{B + C}{2 - y}$$

b)

$$\frac{2a + 2}{3} = aC$$

$$2a + 2 = 3aC$$

$$2a - 3aC = -2$$

$$a = \frac{-2}{2 - 3C} = \frac{2}{3C - 2}$$

**2714**

$$mg - \frac{mv^2}{r} = N$$

$$mgr - mv^2 = Nr$$

$$m = \frac{Nr}{gr - v^2}$$

**2807**

a)

$$5s - 3s + 12 > 12$$

$$2s > 0$$

$$s > 0$$

b)

$$750 \geq -5s$$

$$s \geq -\frac{750}{5} = -150$$

**2808**

$$40 + 30x < 50 + 26x$$

$$4x < 10$$

$$x < 2,5 \text{ km}$$

**2809**

$$\text{a) } 0 = 2x + 2(x + 7) < 82$$

b)

$$4x + 14 < 82$$

$$4x < 68$$

$$x < 17 \text{ cm}$$

**2810**

Se facit.

**2811**

Summan av talen ska vara minst lika stor  $\Rightarrow \geq$ .

Alternativ B är rätt.

**2812**

Sätt  $2n = n + 2$ :



$\Rightarrow n = 2$ , dvs. uttrycken är lika stora då  $n = 2$ .

Sätt in  $n = 1$  och  $n = 3$  i uttrycken:

$n = 1: 2 \cdot 1 < 1 + 2 \Rightarrow$  då  $n < 2$  är uttrycket

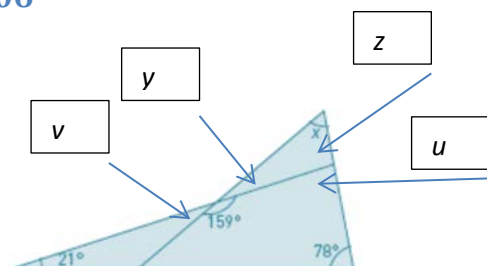
$(n + 2)$  störst.

$n = 3: 2 \cdot 3 > 3 + 2 \Rightarrow$  då  $n > 2$  är uttrycket

$2n$  störst.

## Kapitel 3

### 3106



Steg 1:

$$v = y \text{ (vertikalvinklar)}$$

$$\Rightarrow y = 180 - 159 = 21$$

Steg 2:

$$u = 180 - 78 - 21 = 81$$

$$\Rightarrow z = 180 - 81 = 99$$

$$\Rightarrow x = 180 - 21 - 99 = 60$$

### 3107

Ur figur:  $AB \parallel CD$

$$\Rightarrow A = 48$$

$$\text{Vinkeln } ADC = 180 - 48 = 132$$

$$\text{Basvinklarna } E \text{ och } D \text{ är } \frac{180 - 48}{2} = 66$$

$$x = 132 - 66 = 66$$

### 3108

$$3x + 60 = 180$$

$$2x = 80^\circ$$

### 3109

$$180 - 90 - 3x - x = 0$$

$$\Rightarrow x = 90/4 = 22,5$$

$$\Rightarrow 3x = 67,5$$

$$\Rightarrow 90^\circ, 67,5^\circ \text{ och } 22,5^\circ$$

Alternativt kan  $90 = 3x \Rightarrow x = 30^\circ$  osv.

### 3110

$$\text{a) } 180 - 125 - 42 = 13$$

b) Se facit.

### 3111

Likbenta trianglar har två sidor som är lika långa.

Givet att toppvinkeln är  $70^\circ$ :

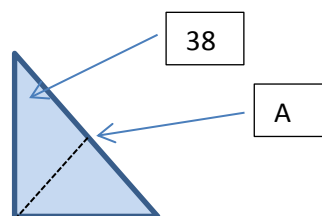
$$2x = 180 - 70 \Rightarrow \text{basvinklarna är } 55^\circ$$

Givet att basvinklarna är  $70^\circ \Rightarrow$

Toppvinkeln är  $40^\circ$ .

### 3112

Rita figur:



Räkna ut vinklarna i den "övre triangeln". En bisektris delar en vinkel mitt itu.

$$\Rightarrow 45^\circ, 38^\circ \text{ och } 97^\circ.$$

Den spetsiga vinkeln vid A är  $180^\circ - 97^\circ = 83^\circ$

### 3113

$$\text{Vinkeln } A = 180^\circ - 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$$

Vinklarna i den "översta" triangeln i figuren är

$$90^\circ, (58/2)^\circ \text{ och } 61^\circ.$$

$$v = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ$$

### 3118

Basvinklarna lika i en likbent triangel.

$$2u + v = 180$$

$$u = \frac{180}{2} - \frac{v}{2}$$

$$u = 90 - \frac{v}{2}$$

### 3119

Vinkelsumman i en triangel = 180 ger

$$180 - y + u + v = 180$$

$$y = u + v$$

v.s.b

### 3120

Vinkelsumman i en triangel = 180 ger

$$180 - b + 180 - c + 180 - a = 180$$

$$a + b + c = 2 \cdot 180 = 360$$

v.s.b.

### 3121

a) Femhörningen är indelad i tre trianglar =>

vinkelsumman är 540°.

b) Rita en regelbunden sexhörning och dela in den i 4 trianglar => vinkelsumman är 720°.

c) Se facit.

### 3122

Yttre triangeln:  $u + a + b = 180$  (ekv 1)

Inre triangel:  $v + a/2 + b/2 = 180$  (ekv 2)

Multiplisera den andra ekvationen med 2.

Subtrahera sedan ekv 1 med ekv 2:

$$u - 2v = -180 \Rightarrow u = 2v - 180^\circ$$

### 3122

$$A_1 = [\text{basarean}] = r^2 \pi = x^2 \pi$$

$$A_2 = [\text{mantelytan} = \text{omkretsen} \cdot \text{höjden}] = \\ = 2r\pi \cdot h = 2x\pi \cdot 4x = 8\pi x^2$$

$$\text{Begränsningsytans area} = 2A_1 + A_2 = 10\pi x^2$$

### 3134

Lilla cirkelns area:  $r^2 \pi = 4x^2 \pi$

Stora cirkelns area:  $r^2 \pi = (4x)^2 \pi = 16x^2 \pi$

Förhållandet är 1/4.

### 3135

a) Dela upp i en rektangel ( $3x \cdot 10x$ ) och en triangel ( $b = 8x, h = 4x$ ).

$$A = 30x^2 + \frac{8x \cdot 4x}{2} = 46x^2$$

b) Se uppgift 3134 =>  $A = 12\pi x^2$

### 3139-3141 Se facit

### 3142-3144 Se facit

### 3152

Pythagoras sats ger

$$x^2 = 35^2 - 21^2 \Rightarrow x = 28$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{21 \cdot 28}{2} \text{ cm} = 294 \text{ cm}^2$$

### 3153

Dela upp i två rätvinkliga trianglar.

$$x^2 = 36^2 - 15^2 \Rightarrow x = 32,7 \text{ cm}$$

$$A = 2 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 2 \cdot \frac{32,7 \cdot 15}{2} \text{ cm} = 490 \text{ cm}^2$$

### 3154

Pythagoras sats ger

$$16^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 128 \text{ cm}$$

$A = 130 \text{ cm}$  (två siffrors noggrannhet)

### 3155

Yttre triangel:  $b = \sqrt{39^2 - 15^2} \text{ dm} = 36 \text{ dm}$

$$x = \sqrt{15^2 + (36 - 16)^2} \text{ dm} = 25 \text{ dm}$$

**3156**

$$A = x \cdot 0,7x = 1,35 \text{ m}^2 \Rightarrow x = 1,39 \text{ m}$$

a)  $O = 2 \cdot 0,7 \cdot 1,39 + 2 \cdot 1,39 \text{ m} = 4,72 \text{ m}$

b) Pythagoras sats ger

$$c = \sqrt{(0,7 \cdot 1,39)^2 + 1,39^2} \text{ m} = 1,70 \text{ m}$$

**3157**

Utnyttja Pythagoras sats:

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3 \cdot a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Eller se facit.

**3207**

Pythagoras sats ger den andra kateten i den vänstra rektangeln:

$$b = \sqrt{104^2 - 96^2} \text{ cm} = 40 \text{ cm}$$

Likformighet ger

$$\frac{x}{40} = \frac{84}{96} \Rightarrow x = 35 \text{ cm}$$

$$A = 84 \cdot 35 \text{ cm}^2 = 2940 \text{ cm}^2 = 0,29 \text{ m}^2$$

**3208**

a) kontroll:

$$\frac{54}{6} = \frac{72}{8} \Rightarrow \text{Trianglarna är likformiga}$$

b) Pythagoras sats ger hypotenusan i triangeln ABC:

$$c = \sqrt{72^2 + 54^2} \text{ cm} = 90 \text{ cm}$$

Kontroll:

$$\frac{90}{15} = \frac{54}{9} \Rightarrow \text{Trianglarna är likformiga}$$

c) Kontrollera med metoderna ovan =>

Trianglarna är inte likformiga.

**3209**

Likformighet ger

$$\frac{x}{135} = \frac{2}{(2+7)} \Rightarrow x = 30 \text{ cm}$$

**3210**

Likformighet ger

$$\frac{(4,1+9,9)}{(5,2)} = \frac{(5,2+x)}{4,1} \Rightarrow$$

$$x = 11,038 - 5,2 \text{ cm} = 5,8 \text{ cm}$$

**3211**

Se facit.

**3220**

$$\frac{11}{24} \neq \sin 30^\circ \Rightarrow \text{Nej, han har inte mätt rätt.}$$

**3221**

Se facit.

**3222**

$$\left(\frac{57}{60}\right)^\circ = 0,95^\circ$$

$$\text{Hypotenusan} = \frac{6378}{\sin 0,95} = 384\,683 \text{ km}$$

$$a = \sqrt{384683^2 - 6378^2} \text{ km} = 384\,630 \text{ km}$$

$$a = 3,8 \cdot 10^5 \text{ km}$$

Observera att  $\sin v \approx v$  för små vinklar.

**3223**

Rak vinkel => Vinkeln A i lilla triangeln

$$= 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$$

$$\text{Vinkeln B i lilla triangeln: } 180^\circ - 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ$$

Korta kateten (x) i lilla triangeln:

$$\sin 24 = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 2,0 \text{ dm}$$

$$h = \sqrt{5,0^2 - 2,0^2} = 4,6 \text{ dm}$$

$$A = \frac{4,6 \cdot 7,0}{2} \text{ dm}^2 = 16 \text{ dm}^2$$

### 3224

T.ex. en triangel med sidorna 3, 4 och 5 cm och en likformig triangel med sidorna 6, 8 och 10 cm.

### 3228

Dela upp övre delen av gaveln i två rätvinkliga trianglar:

$$\frac{h}{\frac{9,2}{2}} = \tan 31^\circ \Rightarrow h = 2,764 \text{ m}$$

$$A = 4,5 \cdot 9,2 \text{ m}^2 + 2 \cdot \frac{4,6 \cdot 2,764}{2} \text{ m}^2 = 54 \text{ m}^2$$

### 3229–3231

Se facit.

### 3232

a) Se lösning 3231.

b) Rita figur.

c) Närliggande längre än den motstående => falskt.

d) Närliggande kortare än den motstående => sant.

### 3233

a) Rätvinklig triangel:

$$\frac{h}{a} = \sin v \Rightarrow h = a \sin v$$

$$\text{b) } A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{b \cdot a \sin v}{2}$$

### 3234

$$s_A = 200 \cdot \tan(90 - 32) \text{ m} = 320,1 \text{ m}$$

$$s_B = 200 \cdot \tan(90 - 24) \text{ m} = 449,2 \text{ m}$$

$$\Delta s = 130 \text{ m}$$

### 3238

Se definitioner för  $\sin v$  och  $\cos v$ :

$$\sin v = \frac{a}{1}; \quad \cos v = \frac{b}{1}$$

### 3239

Se facit.

### 3240

a) För att nå 1,6 m upp krävs  $(1,6/0,2 - 1)$  steg.

b) Välj 0,6 m. Räkna ut  $v$ , dvs. vinkeln mellan trappan och sängen, och därefter längden på sidstyckena:

$$\tan v = 0,6/1,6 \Rightarrow v = \tan^{-1}(0,6/1,6) = 20,6^\circ$$

$$\frac{0,6}{s} = \sin v \Rightarrow s = \frac{0,6}{\sin v} = 1,7 \text{ m}$$

$$\text{c) } u = 180^\circ - 90^\circ - 20,6^\circ = 69^\circ$$

### 3241

Dela triangeln till vänster i två rätvinkliga trianglar:

$$\cos 60^\circ = \frac{h}{15} \Rightarrow h = 7,5$$

Räkna ut sträckan  $BC$ :

$$\frac{BC}{2} = \sqrt{15^2 - 7,5^2} \text{ cm} = 13 \text{ cm} \Rightarrow BC = 26 \text{ cm}$$

$$A = 4 \cdot \frac{13 \cdot 7,5}{2} \text{ cm}^2 + 26 \cdot 15 \text{ cm}^2 = 580 \text{ cm}^2$$

(med två siffrors noggrannhet).

### 3242

a)

$$AB = \sqrt{20^2 + 8,0^2} \text{ m} = 22 \text{ m} (21,54 \text{ m})$$

$$\angle ABC = \tan^{-1}(20/8,0) = 68^\circ (68,2)$$

b) Beräkna först

$$\angle CAD = \tan^{-1}\left(\frac{8,0 + 7,32}{20}\right) = 37,45^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle BAD &= 37,45^\circ - \angle CAB = \\ &= 37,45^\circ - (180^\circ - 90^\circ - 68,2^\circ) = 16^\circ (15,65^\circ)\end{aligned}$$

### 3243

Rita figur. Likbent triangel delas i två rätvinkliga trianglar. Basvinklarna:

$$v_{bas} = \cos^{-1}(3/9) = 70,53^\circ$$

$$v_{topp} = 180^\circ - 2 \cdot 70,53^\circ = 38,94.$$

2 vinklar är  $70,5^\circ$  och en  $39^\circ$ .

### 3244

Ansätt kubens sida till  $a$ . Bottendiagonalen  $c$

$$\text{blir då: } c = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

Den sökta vinkeln:

$$\tan^{-1}\left(\frac{a}{\sqrt{2}a}\right) = 35,3^\circ$$

### 3245

Se facit.

### 3246

Steg 1:

Hela basen  $b$  i triangeln är

$$20 \cdot \sin 50^\circ = 15,32 \text{ cm}$$

Den korta kateten  $a$  i triangeln är

$$\sqrt{20^2 - 15,32^2} = 12,86 \text{ cm}$$

Steg 2:

Se s. 114. En bisektris delar en vinkel mitt itu.

Den sträcka som ska dras bort från basen  $b$  är

$$12,86 \cdot \tan 25^\circ = 5, \text{ cm}$$

$$\Rightarrow x = (15,32 - 5,99) \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

(med en siffras noggrannhet)

### 3305

Se facit.

### 3306

Se exempel 1 och facit.

### 3307

Se facit.

### 3308

a) Samma storlek, trots att de inte är riktade åt samma håll.

b) ej samma riktning

c) Multiplikation med skalär  $\Rightarrow$  Samma storlek och riktning.

d) Ej samma riktning

e) Samma storlek och riktning

f) Samma storlek och riktning

### 3312

Se facit och exempel s 149.

### 3317

Se Definition s 51  $\Rightarrow$  T e x  $\bar{u} - \bar{w} = \bar{v}$ .

### 3318

$\bar{a}$  är parallell med  $\bar{b}$  eftersom

$$\bar{b} = 3\bar{a} \quad (\text{multiplikation med skalär})$$

$\bar{c}$  är parallell med  $\bar{d}$  eftersom

$$\bar{d} = -\frac{1}{2}\bar{c} \quad (\text{multiplikation med skalär})$$

### 3319

Se exempel 2 sid 153 och facit.

### 3320

Se lösning i facit.

### 3324

a) Multiplicera respektive vektor med skalären och summa sedan  $x$ - och  $y$ -koordinaterna i HL:

$$(x, y) = (15, 5) + (2, -8) = (17, -3)$$

b)

$$(4, 13) = (x, 4) + (4, -2y)$$

$$(4, 13) = (x + 4, 4 - 2y)$$

$$\Rightarrow x = 0, y = -4,5$$

### 3325

a)  $(2, -5) = k(4, -10)$  om  $k = 2 \Rightarrow$  parallella

b)  $(2, -5) = k(-2, 5)$  om  $k = -1 \Rightarrow$  parallella

c)  $(2, -5) \neq k(6, -16) \Rightarrow$  ej parallella

d)  $(2, -5) = k(-4, 10)$  om  $k = -2 \Rightarrow$  parallella

### 3226

Se facit.

### 3227

a)  $|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$

b)  $|\vec{b}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

c)  $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(4+2)^2 + (5+3)^2} = 10$

d)  $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{8}$

e)

$$|3\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{(3 \cdot 4 + 2 \cdot 2)^2 + (3 \cdot 5 + 2 \cdot 3)^2} = \sqrt{697}$$

f)

$$|-\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{(-4 + (-2) \cdot 2)^2 + (-5 + (-2) \cdot 3)^2} = \sqrt{185}$$

### 3328

a) Parallella om

$$\vec{u} = k\vec{v}$$

$$(12, a) = k(5, 2)$$

$x$ -koordinaten ger  $k = 12/5$ .

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{12}{5} \Rightarrow a = \frac{24}{5}$$

b) Man får en parallell vektor om någon av vektorerna multipliceras med en skalär (ett tal).

### 3405

a) Rita figur. Rätvinklig triangel.

$$\frac{\vec{a}}{650} = \cos 29^\circ \Rightarrow \vec{a} = 569 \text{ N (568,5)}$$

$$\frac{\vec{b}}{650} = \sin 29^\circ \Rightarrow \vec{b} = 315 \text{ N}$$

### 3406

Se facit.

### 3407

Rita figur.

$$\frac{85}{\vec{F}_1} = \cos 63^\circ \Rightarrow \vec{F}_1 = 190 \text{ N (187,23)}$$

Utnyttja Pythagoras sats:

$$\vec{F}_2 = \sqrt{187,23^2 - 85^2} \text{ N} = 170 \text{ N (166,8)}$$

### 3408

Rita figur.

a)  $\vec{v} = \sqrt{850^2 + 180^2} \text{ km/h} = 870 \text{ km/h}$

b) vinkeln  $\nu = \tan^{-1}\left(\frac{180}{850}\right) = 12^\circ (11,95)$

### 3409

$$\vec{R} = \sqrt{13^2 + 28^2} \text{ N} = 31 \text{ N (30,87)}$$

Se exempel 2 s. 160.

Dela upp krafterna i komponenter och addera  $x$ - respektive  $y$ -komponenterna. Räkna sedan ut  $v$ .

Eller vrid krafterna  $35^\circ$  så att  $x$ -axeln blir parallell med den kraft som är 28 N:

$$v + 35^\circ = \tan^{-1}\left(\frac{13}{28}\right) = 25^\circ$$

$$v = -10^\circ$$



## Kapitel 4

### 4109

Se facit.

### 4110

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9} \Rightarrow 44\%$$

### 4111

$$\frac{360}{x} = 0,075 \Rightarrow x = 4\,800 \text{ kr}$$

### 4112

$$0,245 \cdot x \text{ ton} = 27 \text{ ton}$$

$$x = 110 \text{ ton}$$

### 4113

230 kvinnor motsvarar 92 %

Totala antalet medlemmar:

$$\frac{230}{x} = 0,92 \Rightarrow x = 250$$

=> 20 män.

### 4114

$$0,07x = 0,05 \cdot 450$$

$$x = 321 \text{ (321,4)}$$

### 4115

Andelen elever som läser minst ett språk är 85 %.

Om andelen som läser engelska läggs ihop med andelen som läser spanska

(50 % + 75 % = 125 %) räknar man andelen som läser båda språken dubbelt. Differensen 125 % – 85 % = 40 % utgör alltså denna andel.

### 4116

Det som inte är vatten i gurkan väger:

$$0,10 \cdot 450 \text{ g} = 45 \text{ g}$$

Efteråt väger gurkan  $x$  g, varav 80 % är vatten och 45 g annat:

$$45 \text{ g} + 0,80x = x$$

$$x = 225 \text{ g}$$

### 4123

a)  $0,010 \cdot 3000 \text{ m} = 30 \text{ m}$

b) Om höjden ska öka med 50 m under de närmaste 4500 meterna innebär det att den ska öka med  $50 \cdot \frac{2}{3} \text{ m}$  de första 3000 meterna.

Detta ger

$$x \text{ ‰} \cdot 3000 \text{ m} = \frac{2}{3} \cdot 50 \text{ m}$$

$$x = 11$$

### 4124

$$0,004 \cdot 15000 \text{ kg} = 60 \text{ kg}$$

### 4125

a)  $\frac{0,5}{0,5+2} = 20\%$

b)  $\frac{0,005}{2+0,005} = 2,5 \text{ ‰}$

### 4126

a)  $\frac{0,7}{1200000} = 0,58 \text{ ppm} \Rightarrow \text{Ja}$

b) Nej, se ovan.

### 4127

$$4 \cdot 10^{-6} \cdot x \text{ kg} = 2 \text{ kg}$$

$$x = 5 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

### 4128

a)  $\frac{x}{5} = 1,0 \text{ ‰} \Rightarrow x = 5 \text{ ml}$

b)  $\frac{x}{5} = 0,2 \text{ ‰} \Rightarrow x = 1 \text{ ml}$

**4129**

a) Uppskatta volymen på klassrummet:

$$15 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 450 \text{ m}^3$$

$$390 \cdot 10^{-6} \cdot 450\,000 \text{ l} = 176 \text{ l}$$

b)  $176 \text{ l} \cdot 0,30 = 53 \text{ l}$

**4133**

a) Avläs i tabell: (16 – 8) procentenheter

b)  $\frac{16}{2} = 2 \Rightarrow 100\% \text{ fler röster}$

c) Nej.  $\frac{5}{3} = 1,66 \Rightarrow 66\% \text{ fler röster.}$

d)  $\frac{30}{25} = 1,2 \Rightarrow \text{S fick } 20\% \text{ fler röster än M.}$

e)  $\frac{30}{5} = 6 \Rightarrow \text{S fick } 500\% \text{ fler röster än V.}$

**4134**

$$\frac{11}{2} = 5,5 \Rightarrow 450\% \text{ högre sockerhalt i läsk.}$$

**4135**

a) Ändringen i procent:

$$\frac{5,5-5}{5} \% = 10\% \text{ ökning}$$

b)  $\frac{4-3,25}{4} \% = 19\% \text{ minskning}$

**4136**

Se facit.

**4137**

I valet fick Mp  $5,2 \cdot 1,22\% = 6,344\%$

Miljöpartiet ökade med

$$6,3 - 5,2 = 1,1 \text{ procentenheter.}$$

**4147**

$$\text{Förändringsfaktor} = \frac{2 \cdot 10^{12}}{750 \cdot 10^9} = 2,67$$

Ändringen i procent: 167 %

**4148**

Se facit.

**4149**

a)  $\frac{590}{240} = 2,458 \Rightarrow 146\% \text{ ökning}$

b)  $\Rightarrow$  Förändringsfaktorn 1,958

$\Rightarrow$  ökning med 96 %

c)  $\frac{750+800}{750} = 2,066 \Rightarrow 107\% \text{ ökning}$

**4150**

a)  $1,015^2 \cdot 120\,000 \text{ inv} = 124\,000 \text{ inv}$

b) Samma metod som i a)

c)  $1,015^x \cdot 120\,000 \text{ inv}$

**4151**

a) Beräkna produkten av de båda förändringsfaktorerna:

$$1,20 \cdot 0,90 = 1,08 \Rightarrow \text{Sant}$$

b)  $1,40 \cdot 0,60 \neq 1 \Rightarrow \text{Ej sant}$

c) Förändringsfaktor  $= \frac{69}{30} = 2,3 \Rightarrow \text{Ej sant}$

d)  $1,10^5 = 1,61 \Rightarrow \text{ökning ca } 60\% \Rightarrow \text{Ej sant}$

e)  $1,20^4 = 2,0736 \Rightarrow \text{ökning } >100\% \Rightarrow \text{Sant}$

**4152**

$$1,10 \cdot x \text{ cm} = 143 \text{ cm}$$

$$x = 130 \text{ cm}$$

### 4153

$$0,85 \cdot x \text{ st} = 340 \text{ st}$$

$$x = 400 \text{ st}$$

### 4154

$$1,08^3 \cdot 0,85^2 = 0,91$$

Priset har minskat med 9 %.

### 4155

$$1,047^x > 1,35$$

Multiplitera  $1,047 \cdot 1,047 \cdot \dots$  till dess att resultatet blir större än 1,35.

Efter 7 år är den procentuella förändringen större än 35 %.

(I kurs 2 får du lära dig lösa denna ekvation på ett enklare sätt).

### 4156

Se facit.

### 4157

Kalla längden för  $l$  och bredden för  $b$ .

Ursprunglig area:  $A_1 = l \cdot b$

Ny area:  $A_2 = 1,10 \cdot l \cdot 0,90 \cdot b = 0,99 \cdot l \cdot b$

$$\Rightarrow A_2 < A_1 \text{ oavsett värde på } l \text{ och } b.$$

### 4158

Se facit.

### 4161

a) Se exempel s 190. Förändringsfaktorn:

$$\frac{208}{100} = 2,08 \Rightarrow \text{Priserna steg med } 108 \%$$

$$\text{b) Förändringsfaktorn} = \frac{261}{208} \approx 1,25$$

=> Priserna steg med 25 %.

c) Prisökningen mellan 2010 och 1990:

$$\frac{303}{208} = 146 \%$$

Om 1990 har index 100 blir index = 146 för 2010.

$$\text{d) } \frac{100}{208} \approx 0,48$$

Om 1990 har index 100 får 1980 index 48.

### 4162

a)

$$\text{Index} = \frac{\text{det aktuella årets värde}}{\text{basårets värde}} = \frac{131000}{94000} \approx 1,39 = 139 \%$$

Index för 2007 blir 139.

b) Se a). Den procentuella förändringen var 39 %.

$$\text{c) } \text{Index} = \frac{157600}{131000} \approx 1,20 = 120 \%$$

Index för 2010 blir 120.

$$\text{d) } \frac{157600}{70000} \approx 2,25$$

Den procentuella förändringen är 125 %.

### 4163

År	2004	2006	2008	2010
Hyra	4920	5166	5520	6300
Index	100	105	112	128

$$\text{Index}_{2006} : \frac{5166}{4920} = 1,05 \Rightarrow 105$$

$$\text{Index}_{2008} : \frac{5520}{4920} \approx 1,122 \Rightarrow 112$$

$$\text{Index}_{2010} : \frac{6300}{4920} \approx 1,28 \Rightarrow 128$$

### 4169

a) och b) Se exempel 1, 2 och 3 och facit.

$$\text{c) } 0,028 \cdot 12000 \text{ kr} = 336 \text{ kr}$$

### 4170

a)  $\frac{0,054 \cdot 1000000}{12} \text{ kr} = 4500 \text{ kr}$

b)  $\frac{0,06 \cdot 1000000}{12} \text{ kr} = 5000 \text{ kr}$

c)  $5000 \text{ kr} \cdot 0,70 = 3500 \text{ kr}$ , då räntesatsen är 6 %.

### 4171

a)  $0,056 \cdot 3000 \text{ kr} = 168 \text{ kr}$

b)  $\frac{12 \cdot 375}{3000} = 150 \%$

### 4172

Se facit.

### 4173

a)  $\frac{600}{5000} = 12 \%$

b)  $\frac{600}{2000} = 30 \%$

### 4174

Efter ett år har skulden växt till

$$45000 \cdot 1,16 \text{ kr} = 52200 \text{ kr}$$

Efter ytterligare 6 månader är skulden

$$52200 \text{ kr} + 52200 \cdot \frac{0,16}{2} \text{ kr} = 56375 \text{ kr}$$

### 4175

a)  $\frac{80000}{5} \text{ kr} + 80000 \cdot 0,12 \text{ kr} = 25600 \text{ kr}$

b)  $\frac{80000}{5} \text{ kr} + (80000 - 16000) \cdot 0,12 \text{ kr} = 23680 \text{ kr}$

### 4176

a)

$$12 \cdot 539 \text{ kr} = 6468 \text{ kr}$$

$$6468 \text{ kr} - 5990 \text{ kr} = 478 \text{ kr}$$

b)  $\frac{478}{5990} \approx 0,08 \Rightarrow 8 \%$

### 4177

Kontant betalning: 1432 kr

Kreditsystemet:

$$1432 \cdot 0,30 + (1432 \cdot 0,7) \cdot 1,25 = 1682,6$$

Kreditsystemet är (1682,60 kr – 1432) kr dyrare, dvs. 251 kr dyrare.

### 4178

$$x^6 \cdot 15460 \text{ kr} = 19115 \text{ kr}$$

Prova med räntesatsen 2,85 %:

$$1,0285^6 \cdot 15460 \Rightarrow \text{för lite.}$$

Prova med räntesatsen 3,15 %:

$$1,0315^6 \cdot 15460 \Rightarrow \text{för lite.}$$

Räntesatsen 3,60 %:

$$1,0360^6 \cdot 15460 = 19114,70 \Rightarrow \text{stämmer}$$

(I kurs 2 får du lära dig att lösa den här typen av ekvation på ett smidigare sätt.)

### 4207

a) Sätt in 2:

$$g(2) = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 4 = 6$$

b)  $g(a) = 2 \cdot a^2 - 3 \cdot a + 4$

c)  $g(2a) = 2 \cdot (2a)^2 - 3 \cdot 2a + 4 = 8a^2 - 6a + 4$

d)  $g(a^2) = 2 \cdot (a^2)^2 - 3 \cdot a^2 + 4 = 2a^4 - 3a^2 + 4$

### 4208

Avläs ur graferna:

a)  $f(0) = 6$  ( $y = 6$  då  $x = 0$ ).

b)  $g(3) = -9$  ( $y = -9$  då  $x = 3$ ).

c)  $x = 6$  då  $h(x) = 0$

d) Avläs:  $9 - 6 = 3$

e)  $h(0) = 6 \Rightarrow h(h(0)) = h(6) = 0$

f)  $h(x) = g(x)$  då graferna skär varandra

$\Rightarrow x = -1$  eller  $x = 6$

### 4209

Markera givna punkter och nollställena och skissa grafen. Se facit.

### 4210

a) Avläs ur tabell:  $y = 9$  då  $x = 3$ .

b) Avläs ur tabell:  $y = 11$  då  $x = 4$ .

c) Avläs ur tabell:  $y = 9$  då  $x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1$

d) Skissa grafen. Se facit.

Steg 1:

Då  $x = 0$  är  $y = 3$ . Vi får en konstantterm som är 3. Det funktionsuttryck vi söker kan alltså skrivas på formen  $f(x) = kx + 3$ .

Steg 2:

Då  $x = 3$  är  $y = 9$ . Sätt in i funktionsuttrycket:

$$f(3) = 9 = k \cdot 3 + 3 \Rightarrow k = 2$$

Vi får funktionsuttrycket:  $f(x) = 2x + 3$

### 4211-4212

Se facit.

### 4213

Intäkten kan skrivas:  $x \text{ st} \cdot 100 \text{ kr/st} = 100x \text{ kr}$

Vinsten är intäkt – tillverkningskostnad:

$$\begin{aligned} V(x) &= 100x - (1200 + 16x + 0,4x^2) = \\ &= 84x - 1200 - 0,4x^2 \end{aligned}$$

### 4214

a)  $f(5x + 2) = 3 - 4(5x + 2) = -5 - 20x$

b)  $g(3 - 4x) = 5(3 - 4x) + 2 = 17 - 20x$

c) utnyttja svaret i a):

$$-5 - 20x = -25$$

$$x = 1$$

d)

$$f(3 - 4x) = 3 - 4(3 - 4x) = -9 + 16x = 0$$

$$x = \frac{9}{16}$$

### 4219

a) Se s. 201. Antag att den ena sidan är  $x$ . Den andra sidan måste då vara  $(30/2 - x)$  eftersom de två sidorna tillsammans ska vara 15 m.

Arean för rektangeln kan skrivas  $A = x(15 - x)$ .

b)  $x$  måste vara större än 0 och mindre än 15  $\Rightarrow$

Definitionsmängd:  $0 < x < 15$ .

c) Prova olika värden på  $x$  och sätt in i ekvationen  $A = x(15 - x)$ . Skissa graf.

Max då  $x = 7,5$ .

Värdemängd:  $0 < A \leq 56,25$

### 4220

Se figur i facit. De fyllda ringarna anger att  $y = -3$  och  $y = 7$  ingår i lösningen: Värdemängd:  $-3 \leq y \leq 7$

### 4221

a)  $y = [\text{omkretsen} - 2 \cdot x] = 32 - 2x$

b) Om  $y$  ökar kommer  $x$  att minska till dess att  $y = 16$ . Eftersom triangeln är liksidig kommer alltid  $x$  att vara större än 8 med den givna omkretsen.

Definitionsmängd:  $8 < x < 16$

Värdemängden:  $0 < y < 16$

### 4222

När  $x$  ökar minskar uttrycket  $0,83^x$ . Det medför att funktionen  $y(x)$  kommer att öka så länge  $x$  ökar, eftersom uttrycket i nämnaren minskar. Vid tillräckligt stora  $x$  kommer funktionen att närma sig  $240/2 = 120$ .

Vid små värden på  $x$  närmar sig funktionen värdet  $240/(2+12) = 120/7$ .

Värdemängd:  $120/7 < y < 120$ .

### 4306

Se exempel 2 s. 206. Använd grafritande räknare eller dator.

a)

=> linjerna  $y = 3x - 2$  och  $y = 6$  skär varandra då  $x = 2,7$

b) Samma metod som i a) ger  $x = 2$ .

### 4307

En linjär funktion kan alltid skrivas på formen  $y = kx + m$ . Bestäm först  $k$  i ekvationen  $y = kx + m$ , det vill säga linjens lutning.

Ur tabell: När lårbenets längd ändras (480 – 435) mm så ändras mannens längd (176,3 – 165,2) cm.

Det ger

$$k = \frac{11,1}{45} \text{ cm/mm} = 0,247 \text{ cm/mm}$$

Använd ett tabellvärde för att räkna ut  $m$ :

$$176,3 = 0,247 \cdot 480 + m \Rightarrow m = 57,74$$

Sätt in  $x = 425$  mm:

$$y = (0,247 \cdot 425 + 57,74) \text{ cm} = 163 \text{ cm} \text{ (162,7)}$$

### 4308

Mellan vecka 2 och vecka 10 är förhållandet mellan barnets ålder och vikt i stort sett linjärt.

En linjär funktion kan alltid skrivas på formen  $y = kx + m$ .

Talet  $k$  framför  $x$  beskriver linjens lutning:

$$k = \frac{5600 - 3800}{10 - 2} \text{ g/vecka} = 225 \text{ g/vecka}$$

Använd ett värde på linjen för att räkna ut  $m$ :

$$5600 = 225 \cdot 10 + m \Rightarrow m = 3350.$$

Detta ger uttrycket:  $y = 225 \cdot x + 3350$

### 4309

a) Sätt in 4 i uttrycket =>

$$S(4) = 15 - \frac{4}{2} \text{ h/dygn} = 13 \text{ h/dygn}$$

b)

$$11 \text{ h/dygn} = 15 - \frac{n}{2} \text{ h/dygn}$$

$$\Rightarrow n = 8 \text{ år}$$

c) och d) Se facit.

### 4310

Gör en tabell:

x	y
1	1
5	9

En linjär funktion kan alltid skrivas på formen  $y = kx + m$ . Bestäm först  $k$  i ekvationen  $y = kx + m$ , det vill säga linjens lutning.

$$k = \frac{9 - 1}{5 - 1} = 2$$

Använd en av de kända punkterna på linjen för att räkna ut  $m$ :

$$9 = 2 \cdot 5 + m \Rightarrow m = -1$$

Sätt in  $x = 0$ :

$$y = 2 \cdot 0 - 1 = -1$$

### 4311

Anta att ljusen brinner ner lika snabbt hela tiden. De linjära funktioner som vi ska undersöka uttrycker ljusens längd,  $y$ , som funktion av brinntiden,  $t$ .

$$y_1 = k_1 t + m_1 \quad (\text{Hannas ljus})$$

$$y_2 = k_2 t + m_2 \quad (\text{Fredriks ljus})$$

Bestäm  $k$  i ekvationerna, det vill säga linjernas lutning.

$$\text{Hannas ljus: } k_1 = \frac{0 - y}{18}$$

$$\text{Fredriks ljus: } k_2 = \frac{0 - y}{12}$$

Vi söker tiden  $t$  timmar när Hannas ljus är dubbelt så långt som Fredriks, dvs. när

$$y_1(t) = 2y_2(t) \Rightarrow$$

$$k_1 t + m_1 = 2(k_2 t + m_2)$$

Ljusen lika långa från början dvs.  $y = m_1 = m_2$ .  
Ersätt  $m_1$  och  $m_2$  med  $y$  och sätt in  $k$ -värdena i ekvationen:

$$\frac{-y}{18} t + y = 2 \frac{-y}{12} t + 2y$$

$$\frac{-y}{18} t = 2 \frac{-y}{12} t + y$$

$$\frac{-2y}{36} t + \frac{6y}{36} t = y$$

$$t = \frac{36}{4} \text{ timmar} = 9 \text{ timmar}$$

(För att få enklare siffror kan man sätta ljusens längd till t.ex. 36 cm.)

### 4404

"Direkt proportionell" betyder att grafen är en rät linje som utgår från origo. Om ett hg godis i lösvikt kostar 10,90 kr så kostar tre hekto  $10,90 \cdot 3 = 33$  kr.

### 4405

Om priset är direkt proportionellt mot tiden så ska kvoten mellan pris och tid vara konstant:

$$\frac{750}{6} \text{ kr/mån} = 125 \text{ kr/mån}$$

$$\frac{450}{3} \text{ kr/mån} = 150 \text{ kr/mån}$$

Priset är inte direkt proportionellt mot tiden.

### 4406

a) Proportionalitetskonstanten

$$k = \frac{y}{x} = \frac{1820}{52000} = 0,035$$

Här uttrycker proportionalitetskonstanten räntan på kontot.

$$\text{b) } 20000 \text{ kr} \cdot 0,035 = 3500 \text{ kr}$$

### 4407

I A och D är graferna räta linjer som utgår från origo.

### 4408

Se lösningsförslag facit.

### 4409

Direkt proportionell. Grafen är en rät linje som utgår från origo  $\Rightarrow R = k \cdot l$

Sätt in de givna värden på  $R$  och  $l$  och lös ut  $k$ :

$$12 \Omega = k \cdot 1,5 \text{ m}$$

$$k = 8 \Omega / \text{m}$$

Detta ger:

$$l = \frac{R}{k} = \frac{26}{8} \text{ m} = 3,25 \text{ m}$$

### 4410

Se exempel 2, s. 210. Direkt proportionalitet. Kvoten är densamma för de olika talparen.

a)

$$\frac{a}{1} = \frac{4}{2} \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{8}{b} = \frac{4}{2} \Rightarrow b = 4$$

b) Samma metod som i a) ger  $a = 2$  och  $b = 28$ .

#### 4411

Eftersom kvoten inte är densamma för de olika talparen är sambandet inte en direkt proportionalitet.

#### 4412

a) Avläs i diagrammet: 7,5 m

b) Två steg. Av det övre diagrammet framgår att 9 m tyg väger 3 kg. Av det undre diagrammet framgår att 3 kg tyg kostar 375 kr.

c)  $l = k \cdot m$  Plocka ut en punkt på linjen, t.ex.

2,5 kg och 9 m  $\Rightarrow k = 3$  m/kg. Vi får formeln:

$$l = 3 \cdot m$$

d) Se facit.

#### 4417

Se facit.

#### 4418

$$V = k \cdot r^3 = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow k = \frac{4}{3} \pi$$

#### 4419

Givet:  $s = kv^2$

$$k = \frac{s}{v^2} = \frac{50}{100^2} \frac{\text{m}}{\text{km}^2/\text{h}^2} = 0,005 \frac{\text{m}}{\text{km}^2/\text{h}^2}$$

a)  $s = kv^2 = 0,005 \cdot 80^2 \text{ m} = 32 \text{ m}$

b)  $v = \sqrt{\frac{s}{k}} = \sqrt{\frac{15}{0,005}} \text{ km/h} = \sqrt{3000} \text{ km/h} = 55 \text{ km/h}$

c) Utgå från formeln  $s = kv^2$  och rita bromssträckan som funktion av hastigheten mellan 0 och 130 km/h. Se facit.

#### 4420

Proportionalitet om  $k = 2$ . Detta ger

$$a = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$b = \sqrt{\frac{72}{2}} = 6$$

#### 4421

Första värdet:

$$4 = k \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \Rightarrow k = 0,5$$

Kontroll av övriga värden ger samma resultat, dvs. proportionaliteten stämmer.

#### 4422

Se facit.

#### 4423

Givet:  $F_g = \frac{k}{r^2}$

$$820 \text{ N} = \frac{k}{6370^2 \text{ km}^2} \Rightarrow k = 33,27 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{km}^2$$

$$F \text{ N} = \frac{33,27 \cdot 10^9}{6378,848^2 \text{ km}^2} \text{ N} = 818 \text{ N} (817,65)$$

#### 4503

a) Sätt in  $M = 12,21$  s i det givna sambandet.

$$\Rightarrow P = 1247 \text{ poäng} (1246,7)$$

b) Algebraisk lösning:

$$1100 = 9,23(26,7 - t)^{1,835}$$

$$(26,7 - t)^{1,835} = \left(\frac{1100}{9,23}\right)^{\frac{1}{1,835}}$$

$$t = 26,7 - \left(\frac{1100}{9,23}\right)^{\frac{1}{1,835}} \text{ s} = 13,17 \text{ s} (13,1656)$$



### 4504

a) Sätt in  $x = 80$  kg i det givna uttrycket:

$$y = 0,45\sqrt{80} \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

b) Samma metod som i a):

$$y = 0,45\sqrt{2600} \text{ cm} = 23 \text{ cm}$$

c) Grafisk lösning. Se exempel s. 216. Rita graferna  $y = 50$  och  $y = 0,45x^{0,5}$  i lämpligt fönster. Avläs skärningspunktens  $x$ -koordinat.

Algebraiskt:

$$50 = 0,45x^{0,5}$$
$$\left(\frac{50}{0,45}\right)^{\frac{1}{0,5}} = x^{0,5} \Rightarrow x = 12000 \text{ kg (12345)}$$

### 4505

Se facit.

### 4506

a)  $m = 0,156 \cdot 20^{2,53} \text{ kg} = 310 \text{ kg (305,3)}$

b)

$$\frac{200}{0,156} = d^{2,53}$$
$$d = \left(\frac{200}{0,156}\right)^{1/2,53} \text{ cm} = 17 \text{ cm}$$

c) Om diametern ökar med 25 %:

$$(d \cdot 1,25)^{2,53} = d^{2,53} \cdot 1,25^{2,53} \text{ (se potenslagarna s.31)}$$

$$1,25^{2,53} = 1,76$$

En ökning av diametern med 25 % innebär alltså att massan ökar med 76 %.

d) För att massan ska fördubblas krävs att diametern ökar med 32 %, ty

$$x^{2,53} = 2$$

$$x = 2^{1/2,53} = 1,315$$

### 4610

a) Se exempel s. 219. Vi börjar med att bestämma startvärdet  $C$  i uttrycket

$$y = C \cdot a^x$$

Från början 2000 bakterier  $\Rightarrow C = 2000$ .

En ökning av antalet bakterier med 50 % varje timme ger att förändringsfaktorn  $a = 1,5$ .

Detta ger uttrycket:  $y = 2000 \cdot 1,5^x$

b) Samma metod som i a) men förändringsfaktorn blir nu 2.

c) I det här fallet är uttrycket linjärt och inte en exponentialfunktion. Varje timme ökar antalet bakterier med 1000 st. Vi får

$$y = 2000 + 1000x$$

### 4611

a) Bestäm uttrycket för bakterietillväxten. Startvärdet är 1500. Förändringsfaktorn är 1,12. Uttrycket för antalet bakterier som funktion av tiden kan alltså skrivas:

$$y = 1500 \cdot 1,12^x$$

där  $x$  är antalet tvåtimmarsperioder.

Sätt in tiderna i tabellen och räkna ut antalet bakterier efter varje tvåtimmarsperiod:

$$y_{2tim} = 1500 \cdot 1,12^1 \text{ st} = 1680 \text{ st}$$

$$y_{4tim} = 1500 \cdot 1,12^2 \text{ st} = 1880 \text{ st}$$

osv

b) Se facit.

c) Ca 2200 st. Av diagrammet framgår att antalet är något större än 2200 efter 7 timmar.

d) Se facit.

### 4612

a) Teckna ett uttryck för tillväxten.

Antal år = 10. Startvärde = 1000 kr. Slutvärde är 1400 kr. Dvs.

$$1400 = 1000 \cdot a^{10}$$

$$a = 1,4^{\frac{1}{10}} = 3,42\%$$

b)  $y = 1000 \cdot 1,0342^{20} \text{ kr} = 1960 \text{ kr}$

c)  $1000 \cdot 1,0342^x \text{ kr}$

### 4613

a) Uttrycket för priset på motorcykeln som en funktion av antalet år  $x$ :

$$y = 60000 \cdot 1,04^x$$

Efter två år är den värd:

$$y = 60000 \cdot 1,04^2 \text{ kr} = 64900 \text{ kr} (64896)$$

b)

$$1,04^5 = 1,2166$$

⇒ Priset har ökat med 21,7%

c) Fördubbling då

$$1,04^x = 2$$

Rita graferna för  $y = 2$  och  $y = 1,04^x$ . Ställ in lämpliga värden på fönstret. Använd räknaren för att hitta skärningspunkten.

⇒  $x = 17,65$  dvs. 18 år.

### 4614

a) Av uppgiftsformuleringen framgår att lufttrycket kan beräknas med formeln:

$$p = 101 \cdot (1 - 0,12)^x \text{ kPa}$$

där 101 kPa är normalt lufttryck vid havsnivå och  $x$  är antalet km över havet.

Sätt in  $x = 8,848$  i uttrycket ⇒  $p = 33 \text{ kPa}$ .

b) Lös ekvationen  $0,88^x = 0,5$  grafiskt.

Se uppgift 4613 c ovan. ⇒  $x = 5,4 \text{ km}$ .

### 4615

Se facit.

### 4707

Se exempel 1 s. 224. Använd räknaren för att hitta skärningspunkterna mellan kurvorna ⇒

$$1 < x < 3.$$

### 4708

Se facit. Vilken funktion är linjär? Vilken visar en exponentiell tillväxt? Om du är osäker kan du använda räknare och rita upp de givna funktionerna.

### 4709

a) Avläs i grafen. B och C har samma funktionsvärde då  $x = -1$  och  $x = 4$ .

b) Avläs i grafen. A och B har samma funktionsvärde då  $x = 0$ .

c) Grafen skär linjen  $y = 0$  då  $x =$  och då  $x = 4$ .

d) Nej, grafen skär aldrig  $x$ -axeln.

### 4710

Se facit.

### 4711

a) Om  $x$  är antal år:

$$y_1 = 200 \cdot 1,12^x \text{ kr}$$

$$y_2 = (200 + 29x) \text{ kr}$$

Om 2 år (algebraisk lösning):

$$200 \cdot 1,12^2 \text{ kr} = 251 \text{ kr}$$

$$(200 + 29 \cdot 2) \text{ kr} = 258 \text{ kr}$$

⇒ Alternativ B är fördelaktigast.

b) Sätt in  $x = 5$  i ekvationerna ovan. ⇒ Alternativ A är fördelaktigast.

c) Skillnaden är 5 kr.

$$200 \cdot 1,12^1 \text{ kr} = 224 \text{ kr}$$

$$(200 + 29) \text{ kr} = 229 \text{ kr}$$

d) Lönerna är lika stora då

$$200 \cdot 1,12^x = 200 + 29x$$

Grafisk lösning ger  $x = 4,2$  år.

**4712**

Se facit.

## Kapitel 5

### 5110

$$a) P(\text{flicka}) = \frac{15}{10+15} = \frac{3}{5}$$

$$b) P(M) = \frac{1}{25}$$

### 5111

$$a) P(\text{vinst}) = \frac{\text{antal gynnsamma utfall}}{\text{antal möjliga utfall}} = \frac{2}{5}$$

$$b) P(\text{inte vinst}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

### 5112

a) Sannolikheten att även den andra kulan är röd:

$$\frac{12}{12+5+3} = \frac{12}{20}$$

$$b) P(\text{interöd}) = 1 - \frac{12}{20} = \frac{8}{20}$$

### 5113

a) Additionsprincipen:

$$P(1) + P(6) = 0,2 + 0,3 = 0,5$$

b) Additionsprincipen:

$$P(1) + P(3) + P(5) = \\ = 0,2 + 0,15 + 0,1 = 0,45$$

c)

$$P(\text{minst } 4) = P(4) + P(5) + P(6) = \\ = 0,1 + 0,1 + 0,3 = 0,5$$

d)

$$P(\text{jämn}) = P(2) + P(4) + P(6) = \\ = 0,15 + 0,1 + 0,3 = 0,55$$

### 5114

a) 1:an motsvarar 1/4 av hjulet.

b) 3: an motsvarar 1/8 av hjulet.

c) 4 motsvarar 1/12 av hjulet.

### 5115

a)

$$P(1 \text{ eller } 3) = P(1) + P(3) = \\ = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$b) P(\text{inte } 6) = 1 - P(6) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

c)

$$P(\text{inte } 2 \text{ eller } 4) = 1 - P(2) - P(4) = \\ = 1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{24}{24} - \frac{3}{24} - \frac{2}{24} = \frac{19}{24}$$

### 5205

a) Se exempel 1. Rita ett koordinatsystem. Gynnsamma utfall är då samma siffra visas vid båda tillfällena => 4 utfall. Antalet möjliga utfall är  $4 \cdot 4 = 16$ .

$$P(\text{samma siffra båda gångerna}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

b) Utnyttja koordinatsystemet i a) och räkna antalet utfall då poängsumman blir 4 => 3 st.

$$P(\text{poängsumma}=4) = \frac{3}{16}$$

c) Utnyttja resultatet i a):

$$P(\text{olika siffra båda gångerna}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

### 5206

Rita koordinatsystem.

a) 3 gynnsamma utfall av totalt 64 möjliga =>

$$P(s < 4) = \frac{3}{64}$$

$$b) P(s \geq 3) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

$$c) P(s \geq 9) = 1 - \frac{28}{64} = \frac{36}{64}$$

### 5207

Rita koordinatsystem.

a) Antal gynnsamma utfall är 7.

$$P(\text{samma dag}) = \frac{7}{49} = \frac{1}{7}$$

$$b) P(\text{onsdag}) = \frac{1}{49}$$

$P(\text{två dagar som följer på varandra}) =$

$$c) = \frac{14}{49} = \frac{2}{7}$$

### 5208

Rita ett koordinatsystem med  $4 \cdot 8$  rutor.

a) Antal gynnsamma utfall är 4. Antalet möjliga utfall är 32  $\Rightarrow P = 1/8$ .

b) Antal gynnsamma utfall är 8. Antalet möjliga utfall är 32  $\Rightarrow P = 1/4$ .

### 5209

Rita koordinatsystem:

$$a) P(\text{högst tre prickar}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

b) Se facit.

### 5210

Räkna antalet gynnsamma utfall  $\Rightarrow 6$ .

Antalet möjliga utfall är  $6 \cdot 6 \cdot 6$  rutor.

$$P(\text{triss}) = \frac{6}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{36}$$

### 5305

a) Oberoende händelser.

Multiplikationsprincipen:

$$P(\text{båda fröna gror}) = 0,75 \cdot 0,65 = 0,49 \quad (0,4875)$$

b)

$$P(\text{inget frö gror}) = (1 - 0,75) \cdot (1 - 0,65) = 0,88 \quad (0,875)$$

c)

$$P(\text{enbart A gror}) = 0,75 \cdot (1 - 0,65) = 0,2625$$

$$P(\text{enbart B gror}) = 0,65 \cdot (1 - 0,75) = 0,1625$$

$\Rightarrow$

$$P(\text{enbart ett frö gror}) = 0,2625 + 0,1625 = 0,425$$

### 5306

a) Antal gynnsamma utfall är 6. Antal möjliga utfall är 20.

$$P = \frac{6}{20}$$

b) Oberoende händelser.

Multiplikationsprincipen:

$$P(\text{båda från Umeå}) = \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} = \frac{30}{380} = \frac{3}{38}$$

### 5307

a) Multiplikationsprincipen:

$$P(\text{alla visar krona}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

b) 4 mynt (A, B, C, D) kan kombineras på 6 olika sätt så att exakt 2 mynt visar krona.

AB, AC, AD, BC, BD, CD

$$P(\text{exakt två mynt visar krona}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

c) Om antingen mynt A, B, C eller D visar krona så är villkoret uppfyllt.

$P(\text{endast ett mynt visar krona}) =$

$$= \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

### 5308

a) Se exempel 3. Komplettera träd-diagrammet med ett fjärde barn. Möjliga utfall:

pppp pppf ppfp ppff pfpp pfpf pffp pfff

fppp fppf fpfp fpff fppp ffpf ffff

Av dessa uppfyller 6 utfall villkoret två pojkar och två flickor.

$$P(\text{två f och två p}) = \frac{6}{16}$$

b) Studera möjliga utfall i a) ovan. Antal

gyvnnsamma utfall är 5  $\Rightarrow P(\text{fler p än f}) = \frac{5}{16}$

### 5309

Se facit.

### 5314

Se facit.

### 5315

Oberoende händelser. Sannolikheten att han ska gissa rätt på första frågan är  $1/5$ .

Sannolikheten att han ska gissa rätt på alla frågorna är

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{625}$$

Sannolikheten att han inte ska gissa rätt på någon av frågorna är

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{256}{625}$$

### 5316

Oberoende händelser. Chansen att pricka in alla tre vinnarna:

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{1980}$$

### 5317

$$\text{a) } \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

b) Sannolikheten att den andra "snurren" hamnar på samma färg som den första är  $1/3$ . Sannolikheten att hjulet visar samma färg

varje gång är  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ .

### 5318

Beroende händelser. Rita träd-diagram enligt exempel s 256.

Om Lucia först tar en svart strumpa är sannolikheten att hon även tar en svart strumpa andra gången:

$$\frac{14}{20} \cdot \frac{13}{19} = \frac{182}{380}$$

Om Lucia först tar en vit strumpa är sannolikheten att hon även tar en vit strumpa andra gången:

$$\frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} = \frac{30}{380}$$

Sannolikheten att strumporna har samma färg:

$$\frac{182}{380} + \frac{30}{380} = \frac{212}{380}$$

### 5319

Oberoende händelser.

$$\text{a) } \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{128}$$

b) Sannolikheten att det andra hjulet hamnar på samma siffra som det första är  $1/4$ .

Sannolikheten att alla tre hjulen visar samma

siffra är  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$ .

### 5320

Se facit.

### 5321

a) Beroende händelser.

Sannolikheten att dra två positiva tal är

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

Men produkten kan även bli positiv om två negativa tal dras. Sannolikheten för det är

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{1}{15} = \frac{7}{15}$$

b) Sannolikheten för att dra ett positiv tal och ett negativt är

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

Alternativt:

$$1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$$

### 5322

a)  $\frac{54259}{54259 + 57821} = 0,484$

b) Beroende händelser. Rita träd-diagram, eller skriv upp alla olika vinstkombinationer.

Tre grenar ger resor som går till två flickor och en pojke:

ffp fpf pff

I a)-uppgiften har vi beräknat sannolikheten att den första resan går till en flicka.

Eftersom sannolikheten att den andra och tredje resan ska gå till en flicka är lika stor

$$\left( \frac{54259}{54259 + 57821} \approx \frac{54258}{54258 + 57821} \right)$$

kan sannolikheten att två flickor ska vinna förenklas till

$$3 \cdot (0,484 \cdot 0,484 \cdot 0,516) = 0,363$$

### 5323

a) Oberoende händelser:

b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{13}$

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{13}$

c) Summera halv och helgarderingar.

10 matcher med 1/3 chans att tippa rätt.

2 matcher med 2/3 chans att tippa rätt.

1 match med 3/3 chans att tippa rätt.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{3}\right) =$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

### 5324

a) Siffrorna 0-9 kan väljas på 10 olika sätt =>  $10^4$  kombinationer.

b) Sannolikheten att två personer ska välja samma är

$$\frac{1}{10^4}$$

### 5329

a)  $P(\text{vinst}) = \frac{2}{10}$

b)  $P(\text{ingen vinst}) = \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{512}{1000}$

$$P(\text{vinst}) = 1 - 0,512 = 0,488$$

c)  $P(\text{ingen vinst}) = \left(\frac{8}{10}\right)^{10}$

$$P(\text{minst en vinst}) = 1 - \left(\frac{8}{10}\right)^{10}$$

### 5330

a)

$$P(\text{inget rätt}) = \left(\frac{3}{4}\right)^6$$

$$P(\text{minst ett rätt}) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^6$$

b)

$$P(\text{inget rätt}) = \left(\frac{3}{4}\right)^{12}$$

$$P(\text{minst ett rätt}) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{12}$$

### 5331

a) Sant, enligt satsen på s. 259.

b) Sant enligt ovan.

c), d) och e) Se facit.

### 5332

$$P(\text{inget prov innehåller otillåtna ämnen}) = (1 - 0,015)^5 = 0,985^5$$

$$P(\text{minst ett prov innehåller otillåtna ämnen}) = 1 - 0,985^5 = 0,073$$

### 5333

$$P(A \text{ och } B \text{ och } C) = \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{6} = \frac{14}{42} = \frac{1}{3}$$

### 5410

a) Totalt antal barn = 200.

$$\text{Relativ frekvens: } \frac{64}{200} = 0,32 = 32\%$$

$$\text{b) } P(2 \text{ år}) = \frac{15}{200} = 7,5\%$$

c) Addera antalet barn som är äldre än 4 år =>

$$29 + 64 = 93$$

$$P(\text{äldre än 4 år}) = \frac{93}{200} = 46,5\%$$

$$\text{d) } P(\text{yngre än 5 år}) = \frac{15 + 54 + 38}{200} = 53,5\%$$

### 5411

Se exempel 1 s. 161.

$$P(\text{blå eller gul}) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Antal försök som ger blå eller gul kula vid 200 kast:

$$\frac{3}{4} \cdot 200 = 150 \text{ kast}$$

### 5412

a) Totalt antal lotter 8 000 000.

Totalt antal vinster: 1 600 500.

$$P(\text{vinst}) = \frac{1600500}{8000000} = 20\%$$

$$\text{b) } P(> 10000) = \frac{4 + 16 + 64}{8000000} = 0,0000105$$

c) Sannolikheten att få en 25 kronorsvinst:

$$P(25 \text{ kr}) = \frac{712000}{8000000} = 0,089 \Rightarrow$$

$$0,089 \cdot 52 \text{ lotter} = 5 \text{ lotter (4,6)}$$

### 5413

Antal vinstlotter:

$$60\,000 \cdot 0,003 \text{ lotter} = 180 \text{ lotter}$$

Intäkt:

$$60\,000 \cdot 20 \text{ kr} - 180 \cdot 5000 \text{ kr} = 300\,000 \text{ kr}$$

### 5414

Se viktigruta s. 261:



$$\frac{340}{0,85} \text{ kast} = 400 \text{ kast}$$

### 5415

a) Skissa t e x ett cirkeldiagram. Tre kvadranter, dvs. 75 % av cirkeln, upptas av kommuninvånare som kan engelska. 20 % av invånarna måste höra hemma i dessa tre kvadranter eftersom de pratar både engelska och tyska. De som endast talar tyska täcker sedan en del av den fjärde kvadranten.

a) Studera cirkeldiagrammet:

$$P(\text{t men inte e}) = 35\% - 20\% = 15\%$$

b) Studera den fjärde kvadranten, som motsvarar 25 % av invånarna:

$$P(\text{varken t eller e}) = 25\% - 15\% = 10\%$$

### 5506

$$\text{a) } P(\text{Norrland}) = \frac{213}{360} = 59,2\%$$

$$\text{b) } P(\text{Götaland}) = \frac{360 - 213 - 71}{360} = 21\%$$

$$\text{c) } \frac{71}{360} \cdot 450000 \text{ km}^2 = 89000 \text{ km}^2$$

### 5507

Avläs i diagrammet:

a) ca 19 %.

b) ca 1 %

c) Gunnel ca 7 % och Lars ca 4 % => ca 1,8ggr.

### 5508

Avläs i befolkningspyramiderna (liggande histogram):

a) Åldersgrupp 0-5 år.

b) Åldersgrupp 40-45 år.

c) Se facit.

### 5509

Se exempel 1 s 269. Andel som blivit bättre av placeboeffekten:

$$\frac{43}{61} = 70\%$$

### 5510

Se facit.

### 5511

För att personen inte ska vakna krävs att alla väckningssystem fallerar. Sannolikheten för det är

$$0,05 \cdot \frac{2}{100} \cdot \frac{2}{365} = 5,5 \cdot 10^{-6}$$

### 5512

Chansen för att alla moment utförs felfritt är

$$0,95^6 = 74\%$$

### 5513

a) Avläs i diagrammet: ca 70 %.

b) Avläs i diagrammet: 1-åringar 90 % och 17-åringar ca 58 %. 1-åringarna är 55 % fler, ty

$$\frac{90}{58} = 1,55.$$

c) Avläs i diagrammet: ca 70 %

d) Om femteklassare är 11 år:

$$0,70 \cdot 20 = 14 \text{ st}$$

### 5514

Totalt antal barn (summera staplarna): 71 st

Av histogrammet ser vi att 5+3 barn väger mer än 4 kg. Frekvensen är 8.

Sannolikheten att ett av dessa barn väger mer än 4 kg i den här gruppen av barn:

$$P(\text{mer än 4 kg}) = \frac{8}{71} = 11\% \quad (11,267)$$

### 5709

- a) Fel. Tänk t.ex. medeltemperatur under en kall vintervecka.
- b) Sant. Tänk t.ex. temperaturvärden.
- c) Sant. Se definition lägesmått s. 278.
- d) Fel, inte när antalet observationer är jämnt.
- e) Sant, tänk t.ex. temperatur.

### 5710

Se exempel 3, sidan 280. 12 kulor med medelvikten 56 gram väger tillsammans  $12 \cdot 56 \text{ g} = 672 \text{ g}$ . Den nya medelvikten blir

$$\frac{672 + 69}{13} \text{ g/kula} = 57 \text{ g/kula}$$

### 5711

a)  $\bar{x} = \frac{-2^\circ + 9^\circ + (-6^\circ) + (-4^\circ) + 12^\circ}{5} = 1,8^\circ$

b) Om vi ordnar observationerna i storleksordning är  $-2$  talet i mitten.

c) Det största värdet – minsta värdet:

$$12^\circ - (-6^\circ) = 18^\circ$$

### 5712

a) Medianen 15 ger att två tal måste vara mindre än 15 och två tal större.

Medelvärdet 12 ger att summan av talen ska vara 60. T.ex.

5, 5, 15, 17, 18

b) De två minsta observationsvärdena är 1 och 2. Det ger de två högsta:

$$1 + 2 + 15 + x + y = 60$$

$\Rightarrow$

$$x + y = 42$$

där antingen  $x$  eller  $y$  är minst 16, dvs. det största talet kan högst vara  $42 - 16 = 26$ .

### 5713

Medelvikt 7 kg och  $V_b$  5 kg ger t.ex. följande tre vikter:  $(7-5/2)$  kg, 7 kg och  $(7+5/2)$  kg.

### 5714

a) Totalt tjänar de 15 anställda

$$15 \cdot 15800 \text{ kr/månad} = 237\,000 \text{ kr/månad}$$

Om medellönen ska bli 16000 kr efter att två till anställts ger detta att den nya totalsumman:

$$17 \cdot 16\,000 \text{ kr/månad} = 272\,000 \text{ kr/månad}$$

De två nyanställda har tillsammans fått 35000 kr/månad. De kan alltså t.ex. ha fått 20 000 kr/månad respektive 15 000 kr/månad.

b) Se facit.

### 5715

Givet:

$$\frac{A + B + C}{3} = 22 \Rightarrow A + B + C = 66$$

$$B = A + 1$$

$$C = \frac{5}{4}A$$

Vi får:

$$A + B + C = 66$$

$$A + A + 1 + \frac{5}{4}A = 66$$

$$A\left(2 + \frac{5}{4}\right) = 65$$

$$A = \frac{65}{13/4} = 20$$

Det vill säga  $B$  är 21 år.